

分类号 V412.4

学号 06019034

UDC

密级 公 开

工学博士学位论文

载人登月轨道设计相关问题研究

博士生姓名 白玉铸

学科专业 航空宇航科学与技术

研究方向 飞行器总体设计与系统仿真

指导教师 陈小前 教授

国防科学技术大学研究生院

二〇一〇年十月

Research on Trajectory Design for Manned Lunar Landing Mission

Candidate: Bai Yu-zhu

Supervisor: Prof. Chen Xiao-qian

A dissertation

**Submitted in partial fulfillment of the requirements
for the degree of Doctor of Engineering
in Aerospace Science and Technology
Graduate School of National University of Defense Technology
Changsha, Hunan, P.R.China**

October, 2010

目 录

表 目 录	V
图 目 录	VIII
摘 要	i
ABSTRACT	iii
第一章 绪论	1
1.1 载人登月发展概况	1
1.1.1 阿波罗计划概述	2
1.1.2 中国的载人航天工程、月球探测工程与载人登月计划	7
1.1.3 载人登月与无人探月的联系与区别	10
1.1.4 载人登月轨道设计的特点	12
1.2 国内外相关研究进展综述	13
1.2.1 载人登月飞行模式研究	13
1.2.2 地月转移轨道分析与设计	14
1.2.3 月地转移轨道分析与设计	16
1.2.4 自由返回轨道、Hybrid 轨道与任务中止返回轨道设计	17
1.2.5 月球任务发射窗口分析	18
1.2.6 月球与深空任务测控分析	19
1.2.7 地月空间集群飞行问题	21
1.3 论文研究内容与结构安排	21
1.3.1 论文研究内容	21
1.3.2 论文结构安排	22
第二章 地月系特征及其对轨道设计的影响	24
2.1 时间系统与坐标系统	24
2.1.1 时间系统	24
2.1.2 坐标系统	26
2.2 地月系的运动	28
2.2.1 地月系统绕其质心的运动	28
2.2.2 月食及其发生时刻的一种计算方法	31
2.2.3 月球的自转运动与天平动	36
2.3 地月系内的引力范围划分及其影响	39

2.3.1 引力范围的定义方法	40
2.3.2 不同的引力范围对登月轨道计算的影响	40
2.4 本章小结	43
第三章 软着月任务发射窗口计算与地月转移轨道设计	44
3.1 一种地月转移轨道的改进模型	44
3.1.1 双二体拼接轨道改进数学模型	44
3.1.2 改进模型的对比分析	49
3.2 软着月任务的发射窗口计算	51
3.2.1 无人软着月探测器的发射窗口计算	51
3.2.2 载人飞船的发射窗口计算	60
3.3 软着月任务地月转移轨道设计	64
3.3.1 无人软着月探测器的地月转移轨道设计	64
3.3.2 载人飞船的地月转移轨道设计	68
3.4 本章小结	73
第四章 载人登月月地转移轨道设计	75
4.1 月地转移轨道的一种建模方法	75
4.1.1 轨道初始参数的选取	76
4.1.2 月地转移轨道的建立	76
4.2 月地转移轨道的性质	80
4.2.1 出口点的经度范围	81
4.2.2 出口点经度变化对轨道的影响	82
4.2.3 出口点纬度变化对轨道的影响	84
4.2.4 出口点月心速度倾角变化对轨道的影响	86
4.2.5 近月点高度变化对轨道的影响	87
4.2.6 月心轨道倾角变化对轨道的影响	88
4.3 多约束下的月地转移轨道设计流程	91
4.3.1 载人飞船月地转移轨道设计流程	92
4.3.2 货运飞船月地转移轨道设计流程	94
4.4 月地转移轨道初步设计算例	95
4.4.1 载人飞船月地转移轨道初步设计算例	95
4.4.2 货运飞船月地转移轨道初步设计算例	97
4.5 月地转移轨道精确设计算例	99
4.5.1 载人飞船月地转移轨道精确设计算例	99
4.5.2 货运飞船月地转移轨道精确设计算例	102

4.6 本章小结	104
第五章 载人登月自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计	106
5.1 自由返回轨道与 Hybrid 轨道概述	106
5.1.1 自由返回轨道概述	106
5.1.2 Hybrid 轨道概述	108
5.1.3 阿波罗 13 号轨道方案	109
5.2 自由返回轨道设计方法	112
5.2.1 自由返回轨道设计流程	112
5.2.2 自由返回轨道初步设计算例	114
5.2.3 自由返回轨道精确设计算例	117
5.3 Hybrid 轨道设计简介	125
5.3.1 Hybrid 飞程序	125
5.3.2 Hybrid 轨道设计算例	126
5.4 本章小结	127
第六章 载人登月任务陆基测控站布局方案分析	129
6.1 传统位置深空站对登月任务的测控分析	129
6.1.1 境内双站测控情况分析仿真	130
6.1.2 境内单站南美单站测控情况分析仿真	136
6.2 极区深空站对登月任务的测控分析	141
6.2.1 深空目标测控几何分析	141
6.2.2 境内单站南极站测控情况分析仿真	146
6.3 载人登月任务陆基测控站布局方案对比	150
6.4 本章小结	152
第七章 地月空间集群飞行问题初探	154
7.1 集群飞行概述	154
7.1.1 集群航天器系统概述	154
7.1.2 集群飞行与其他分布式空间系统的区别	155
7.2 地月空间集群飞行轨道研究意义与研究方案	156
7.2.1 地月空间集群飞行轨道研究意义	156
7.2.2 地月空间集群飞行轨道构形研究方案	159
7.3 双曲线轨道上的航天器相对运动初步研究	160
7.3.1 双曲线轨道上的航天器相对运动方程	161
7.3.2 双曲线悬停轨道构形保持方法	162

7.4 地月空间无控集群构形演变分析	165
7.4.1 初始真近点角微差约束下的集群构形演变	165
7.4.2 椭圆轨道水平圆构形约束下的集群构形演变	167
7.5 本章小结	169
第八章 总结与展望	171
8.1 主要工作与结论	171
8.2 论文创新点	173
8.3 研究展望	174
致 谢	175
参考文献	177
作者在学期间取得的学术成果	187
附录 A 坐标系间的转换关系	188
A.1 地心天球坐标系与地固坐标系的转换	188
A.2 地心天球坐标系至月心天球坐标系的转换	188
A.3 月心天球坐标系到月固坐标系的转换	189
A.4 月心天球坐标系与月心平赤道坐标系的转换	189
A.5 月心平赤道坐标系与月固坐标系之间的转换	190
A.6 地心白道坐标系与地心天球坐标系的转换	191
A.7 月心白道坐标系与地心白道坐标系的转换	192

表 目 录

表 1.1 阿波罗月球任务发射参数	5
表 1.2 阿波罗月球任务 TLI 参数	6
表 1.3 阿波罗月球任务 LOI 参数	6
表 1.4 载人登月与无人探月的探测目的和效果区别	11
表 2.1 2007 年 3 月 3~4 日的 d 角	35
表 2.2 2007 年 3 月 3 日月全食时序	36
表 2.3 月球的三种引力范围近似半径	40
表 2.4 地月转移轨道初始轨道根数	41
表 2.5 地月转移轨道初始状态参数	41
表 2.6 标称轨道与拼接轨道的近月点轨道根数	41
表 2.7 标称轨道与拼接轨道的近月点状态参数	41
表 3.1 不同模型地月转移轨道入轨点状态对比	49
表 3.2 不同模型地月转移轨道参数对比	50
表 3.3 近月月窗口迭代求解过程	57
表 3.4 发射窗口集合列表	59
表 3.5 无人探测器地月转移轨道特征点轨道参数	65
表 3.6 无人探测器地月转移轨道初步算例特征点状态参数	66
表 3.7 精确轨道力模型	66
表 3.8 无人探测器地月转移轨道精确算例特征点参数	66
表 3.9 无人探测器地月转移轨道精确算例特征点状态	67
表 3.10 无人探测器地月转移轨道精确算例满足约束情况	67
表 3.11 载人飞船地月转移轨道特征点轨道参数	69
表 3.12 载人飞船地月转移轨道初步算例特征点状态参数	70
表 3.13 载人飞船地月转移轨道精确算例特征点参数	70
表 3.14 载人飞船地月转移轨道精确算例特征点状态	70
表 3.15 载人飞船地月转移轨道精确算例满足约束情况	71
表 4.1 自变量对轨道参数的影响程度总表	91
表 4.2 载人飞船月地转移轨道初始参数与约束参数取值	96
表 4.3 载人飞船月地转移轨道初步设计变量计算结果	96
表 4.4 载人飞船月地转移轨道月心段初步轨道根数	96
表 4.5 载人飞船月地转移轨道再入点初步轨道根数	96
表 4.6 载人飞船月地转移轨道初步设计特征点状态参数	96

表 4.7 货运飞船月地转移轨道初始参数与约束参数取值	98
表 4.8 货运飞船月地转移轨道初步设计变量计算结果	98
表 4.9 货运飞船月地转移轨道月心段初步轨道根数	98
表 4.10 货运飞船月地转移轨道地心段初步轨道根数	98
表 4.11 货运飞船月地转移轨道初步设计特征点状态参数	98
表 4.12 载人飞船月地转移轨道初步算例在精确力模型下的约束参数取值	100
表 4.13 载人飞船月地转移轨道精确算例的参数选取	100
表 4.14 载人飞船月地转移轨道 TEI 时刻精确轨道根数	100
表 4.15 载人飞船月地转移轨道再入点精确轨道根数	100
表 4.16 载人飞船月地转移轨道精确设计特征点状态参数	101
表 4.17 载人飞船月地转移轨道精确算例约束参数取值	101
表 4.18 货运飞船月地转移轨道精确算例的参数选取	102
表 4.19 货运飞船月地转移轨道 TEI 时刻精确轨道根数	103
表 4.20 货运飞船月地转移轨道近地点精确轨道根数	103
表 4.21 货运飞船月地转移轨道精确设计特征点状态参数	103
表 5.1 阿波罗 13 号关键事件	112
表 5.2 停泊轨道事先确定的轨道根数	115
表 5.3 自由返回轨道目标参数取值设置	115
表 5.4 自由返回轨道初步算例特征点轨道参数	115
表 5.5 自由返回轨道初步算例特征点状态参数	116
表 5.6 自由返回轨道精确算例特征点轨道参数	119
表 5.7 自由返回轨道精确算例特征点状态参数	120
表 5.8 基于标称轨道的误差传递计算	122
表 5.9 Hybrid 轨道自由返回段轨道根数	126
表 5.10 Hybrid 轨道中途转移参数搜索结果	127
表 5.11 Hybrid 轨道任务时序	127
表 6.1 KS 站对地月转移轨道测量参数	131
表 6.2 QD 站对地月转移轨道测量参数	132
表 6.3 境内双站对地月转移轨道的测控盲区	133
表 6.4 SX 站对地月转移轨道测量参数	137
表 6.5 CL 站对地月转移轨道测量参数	137
表 6.6 境内单站南美单站对地月转移轨道的测控盲区	138
表 6.7 SP 站对地月转移轨道测量参数	147
表 6.8 境内单站南极站对地月转移轨道的测控盲区	148

表 7.1 参考航天器初始状态参数	165
表 7.2 参考航天器的初始轨道根数	168
表 7.3 伴飞航天器的初始轨道根数	168

图 目 录

图 1.1 阿波罗 10 号飞行全程示意图	3
图 1.2 阿波罗 11 号登月舱下降示意图	4
图 1.3 “天宫一号”实物图	8
图 1.4 嫦娥一号轨道仿真图	8
图 1.5 嫦娥二号轨道仿真图	9
图 1.6 论文结构	23
图 2.1 J2000.0 月心平赤道坐标系	27
图 2.2 地月轨道特征	28
图 2.3 地月轨道平面倾角变化曲线	29
图 2.4 白道、黄道和地球赤道的相互关系	30
图 2.5 白道与地球赤道面的夹角变化图	30
图 2.6 月食发生时的日地月空间关系	32
图 2.7 半影食始几何图	33
图 2.8 初亏几何图	33
图 2.9 食甚几何图	34
图 2.10 经度天平动示意图	38
图 2.11 一年内地球的月面投影轨迹	38
图 2.12 一年内地球的月理经纬度	39
图 2.13 标称轨道与拼接轨道（月球附近）	42
图 2.14 标称轨道与拼接轨道（全景）	42
图 3.1 地月转移轨道月球影响球边界示意图	45
图 3.2 不同模型设计轨道空间关系对比	50
图 3.3 不同模型设计轨道同精确轨道空间关系对比	50
图 3.4 无人软着月探测器发射窗口计算流程	52
图 3.5 2013 年雨海地区光照情况	53
图 3.6 月面点的光照	54
图 3.7 2013 年 8 月雨海地区阳光仰角	54
图 3.8 着月月窗口内测控时段	54
图 3.9 影响球入口点几何图	55
图 3.10 近月窗口迭代计算过程	57
图 3.11 近月点测控几何	58
图 3.12 载人飞船发射窗口计算流程	62

图 3.13 载人登月算例着月点光照情况	62
图 3.14 2024 年 12 月着月点阳光仰角	63
图 3.15 测控约束下的着月窗口	63
图 3.16 无人软着月探测器地月转移轨道设计流程	65
图 3.17 无人探测器地月转移轨道精确算例全景	67
图 3.18 无人探测器地月转移轨道精确算例环月轨道	68
图 3.19 载人飞船地月转移轨道设计流程	69
图 3.20 载人飞船地月转移轨道全景（发射时刻）	71
图 3.21 载人飞船地月转移轨道局部（TLI 时刻）	71
图 3.22 载人飞船地月转移轨道局部（动力下降段前沿）	72
图 3.23 载人飞船地月转移轨道月面星下点轨迹全景	72
图 3.24 载人飞船地月转移轨道月面星下点轨迹局部	73
图 4.1 月地转移轨道月球影响球处示意图	76
图 4.2 飞船月心段轨道	78
图 4.3 出口点经纬度与 r_A 的关系	81
图 4.4 近地点高度 200km 的轨道出口点经纬度范围	82
图 4.5 出口点经度变化对其他参数的影响	83
图 4.6 飞行时间与转移初速的关系	84
图 4.7 出口点纬度变化对其他参数的影响	85
图 4.8 出口点月心速度倾角变化对其他参数的影响	87
图 4.9 近月点高度变化对其他参数的影响	88
图 4.10 月心轨道倾角变化对其他参数的影响	89
图 4.11 地心轨道倾角随月心轨道倾角的变化关系	90
图 4.12 近地点地心距随月心轨道倾角的变化关系	90
图 4.13 载人飞船月地转移轨道设计流程	94
图 4.14 货运飞船月地转移轨道设计流程	95
图 4.15 载人飞船月地转移轨道 TEI 窗口	96
图 4.16 载人飞船月地转移轨道初步算例 TEI 时刻全景	97
图 4.17 载人飞船月地转移轨道初步算例再入点时刻全景	97
图 4.18 载人飞船月地转移轨道初步算例星下点轨迹	97
图 4.19 货运飞船月地转移轨道 TEI 窗口	98
图 4.20 货运飞船月地转移轨道初步算例 TEI 时刻全景	99
图 4.21 货运飞船月地转移轨道初步算例近地点时刻全景	99
图 4.22 货运飞船月地转移轨道初步算例星下点轨迹	99

图 4.23 载人飞船月地转移轨道精确算例 TEI 时刻全景	101
图 4.24 载人飞船月地转移轨道精确算例再入点时刻全景	102
图 4.25 载人飞船月地转移轨道精确算例星下点轨迹	102
图 4.26 货运飞船月地转移轨道精确算例 TEI 时刻全景	104
图 4.27 货运飞船月地转移轨道精确算例近地点时刻全景	104
图 5.1 自由返回轨道示意图	106
图 5.2 绕月自由返回轨道	107
图 5.3 地月间自由返回轨道	108
图 5.4 Hybrid 轨道示意图	109
图 5.5 阿波罗 13 号标称轨道示意图	110
图 5.6 阿波罗 13 号发生故障后轨道示意图	111
图 5.7 自由返回轨道设计流程	114
图 5.8 自由返回轨道精确算例仿真图	120
图 5.9 自由返回轨道初步算例与精确算例对比	121
图 5.10 地心天球坐标系下的自由返回轨道轨道根数变化曲线	123
图 5.11 自由返回轨道地心参数变化曲线	123
图 5.12 月心天球坐标系下的自由返回轨道轨道根数变化曲线	124
图 5.13 自由返回轨道月心参数变化曲线	124
图 5.14 椭圆返回轨道与 Hybrid 轨道	125
图 5.15 Hybrid 轨道飞行程序	126
图 5.16 Hybrid 轨道仿真图形	127
图 6.1 KS 站与 QD 站对地月转移轨道测量参数变化	131
图 6.2 近月点附近空间关系	131
图 6.3 境内双站对地月转移轨道的可测时段	132
图 6.4 境内双站对地月转移轨道的可测弧段星下点轨迹	133
图 6.5 KS 站与 QD 站对月球测量参数变化	134
图 6.6 境内双站对月球的可测时段	134
图 6.7 境内双站对月球的可测区间与测控盲区比例	135
图 6.8 境内双站对月球测控情况二维图	135
图 6.9 SX 站与 CL 站对地月转移轨道测量参数变化	136
图 6.10 境内单站南美单站对地月转移轨道的可测时段	137
图 6.11 境内单站南美单站对地月转移轨道的可测弧段星下点轨迹	138
图 6.12 SX 站与 CL 站对月球测量参数变化	139
图 6.13 境内单站南美单站对月球的可测时段	139

图 6.14 境内单站南美单站对月球的可测区间与测控盲区比例	140
图 6.15 境内单站南美单站对月球测控情况二维图	140
图 6.16 跟踪区间与航路捷径	141
图 6.17 单深空站测量几何	142
图 6.18 测控范围的地面投影	143
图 6.19 深空站纬度变化时对不同纬度目标的跟踪区间	143
图 6.20 连续测控几何	144
图 6.21 测控弧长计算	144
图 6.22 不同纬度深空站测控范围地面投影	145
图 6.23 月球赤纬、仰角与可测时段的关系	145
图 6.24 测控弧段比例对比	146
图 6.25 SP 站对地月转移轨道测量参数变化	146
图 6.26 境内单站南极站对地月转移轨道的可测时段	147
图 6.27 境内单站南极站对地月转移轨道的可测弧段星下点轨迹	148
图 6.28 地月转移轨道的赤纬变化	148
图 6.29 SP 站对月球测量参数变化	149
图 6.30 境内单站南极站对月球的可测时段	149
图 6.31 境内单站南极站对月球测控情况二维图	150
图 6.32 境内双站南美单站方案测控范围投影	151
图 7.1 集群飞行轨道构形研究方案	160
图 7.2 惯性坐标系与动坐标系	161
图 7.3 地心惯性坐标系与轨道坐标系的关系	161
图 7.4 控制加速度变化曲线	165
图 7.5 初始状态差约束的航天器间距变化	166
图 7.6 地心天球坐标系中航天器相对运动轨迹	167
图 7.7 参考航天器轨道坐标系中伴随航天器运动轨迹	167
图 A.1 地心天球坐标系与地固坐标系之间的转换	188
图 A.2 月心天球坐标系与月固坐标系的关系	189
图 A.3 月心平赤道坐标系与月固坐标系的转换关系	190
图 A.4 地心天球坐标系与地心白道坐标系的关系	191

摘 要

我国已开展载人登月工程的前期研究,轨道设计是载人登月任务设计的基础。载人登月与无人探月的任务轨道在飞行时间、光照约束、地球再入、测控要求以及故障中止返回等诸多方面存在差异,因此不能照搬无人月球探测任务的轨道设计方法。目前国内载人登月轨道设计方面的公开研究并不多见,在强烈的工程需求下,有必要从任务约束角度出发对载人登月轨道设计进行深入研究。

论文围绕载人登月这一任务背景,对轨道设计及相关发射窗口与测控保障等问题进行了研究。首先研究了地月系的特征及其对轨道设计的影响;然后分别针对载人登月地月转移轨道、月地转移轨道与自由返回轨道/Hybrid 轨道,开展了相应的轨道建模、分析、设计与发射窗口计算等问题的研究,在此基础上研究了载人登月地面测控站布局问题;最后对地月空间中的集群飞行问题进行了初步探索。论文的主要贡献和结论总结如下:

1) 分析了地月系统的运动与引力特征以及它们对于轨道设计与计算带来的影响。在分析月球公转与自转运动的基础上,分别提出了月食发生时刻与经度天平动幅度的简化计算方法。然后重点分析了小天体引力范围的不同定义方法对轨道计算精度的影响,结论是: a) 第一种引力范围下的二体拼接轨道精度最差,基于希尔范围与影响球的拼接轨道精度相当; b) 与标称轨道相比,任何一种引力范围下的拼接轨道误差均较大; c) 在初步设计与特性分析时,拼接点选择在何种引力范围边界上影响并不明显。

2) 研究了软着月任务的发射窗口计算与地月转移轨道设计问题。提出了一种改进的地月转移轨道计算模型,改进模型将月球状态信息直接融入解析模型中,经计算对比证明在模型复杂度没有明显变化的前提下提高了模型计算精度。针对无人软着月探测和载人登月两种典型任务,综合考虑多种约束,设计了软着月任务发射窗口计算的一般步骤,给出了各特征点窗口计算方法,计算结果表明在严格的光照约束下,每个月仅有一天时间最适宜载人登月任务发射。针对上述两种任务,分别给出了不同的地月转移轨道设计流程,在获得任务发射窗口后,给出了轨道初步设计与精确设计的算例。

3) 研究了月地转移轨道的模型、性质与设计方法。在三维空间中建立了月地转移轨道的数学模型,该模型在主频 2.9GHz 微机上仅需 3×10^{-4} s 便可计算出一条月地转移轨道,为大量轨道计算提供了可能。在使用该模型对月地转移轨道全面计算的基础上,得到了轨道的一些特性: a) 地心顺行月地转移轨道更适宜载人登月任务; b) 轨道出口点集中在月球影响球的东半球,分布区域类似椭圆形; c) 无人货运飞船轨道设计初值可选择出口点在东经 80° , 载人登月飞船轨道设计初值可选择出

口点在东经 40° ；d)月心倾角在 180° 附近可以缩短月地转移飞行时间。在这些分析基础上给出自变量对轨道参数的影响程度总表，可为调整轨道设计参数提供参考。最后给出多约束条件下载人飞船与货运飞船的月地转移轨道设计流程和算例。

4) 研究了自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计方法。对自由返回轨道与 Hybrid 轨道进行了概述与定性分析，提出了满足一定约束的自由返回轨道详细设计方法，计算获得的精确算例可作为载人登月任务标称轨道。分析了 Hybrid 轨道的飞行程序，在上述自由返回轨道标称轨道基础上设计了一个典型的 Hybrid 轨道飞行算例。

5) 分析了不同深空站布局方案对载人登月任务的测控情况，提出在极区建设深空测控站的设想。完成对深空目标测控的几何建模与分析，分别对境内双站、境内单站南美单站、境内单站南极单站等三种陆基深空站布局方案对月球任务的测控支持情况进行了分析与对比，主要结论如下：a)境内双站方案测控效果不理想；b)境内单站南美单站方案测控效果较好，但仍存在一定测控覆盖盲区；c)结合适当轨道设计，极区单站可以实现对任务的几乎 100%测控覆盖，但工程实施难度较大。

6) 提出地月空间集群飞行方案，并对双曲线轨道上的航天器相对运动与地月空间集群轨道构形问题进行了初步研究。论述了集群飞行与卫星星座、编队等分布式空间系统的区别，首次提出将集群飞行这一概念应用到地月空间，对这一概念的理论与应用价值进行了阐述，并给出了下一步研究的细化方案。推导了双曲线轨道上航天器间的相对运动微分方程，研究了双曲线悬停轨道设计原理与构形保持控制方法。分析了地月空间中运动的无控航天器集群的构形演变规律，算例表明特定约束下的航天器集群在地月空间飞行过程中可以保持平缓变化的集群构形，形成长度相对稳定的集群基线。

论文可为我国载人登月任务提供技术支持，也可供我国探月工程二、三期参考；深空测站布局分析的有关内容还可为未来火星探测与其他深空探测工程的测控系统提供参考；地月空间集群飞行问题的研究为未来深空探测活动探索了一种崭新的飞行模式。

关键词：载人登月；地月转移轨道；月地转移轨道；自由返回轨道；Hybrid 轨道；发射窗口；深空测控；集群飞行

ABSTRACT

Preliminary research for manned lunar landing mission has already begun in China, with trajectory design as the research foundation. As the mission trajectory of a manned lunar landing mission differs greatly from that of an unmanned lunar mission in many aspects, such as flight time, lighting constraints, earth re-entry, tracking requirements, mission abort trajectory, etc., methods of trajectory design for unmanned lunar missions can't be applied directly in the manned mission. So far there is very few open domestic literature on trajectory design of manned lunar landing mission, hence this issue is of great engineering application value and worth deep study from the perspective of mission constraints.

In this dissertation, trajectory design and related issues, namely launch window and tracking conditions, are studied for the manned lunar landing mission. Firstly, characteristics of the Earth-Moon system and their influences on trajectory design are studied. Secondly, trajectory modeling, analysis and design, as well as launch window calculation, are investigated for translunar trajectory, transearth trajectory, free-return trajectory, and hybrid trajectory respectively, based on which the layout of ground tracking stations for manned lunar landing mission is studied. Lastly, cislunar cluster flight is preliminarily explored. The main contributions and conclusions of the dissertation are summarized as follows:

1) The kinetic and gravitational characteristics of the Earth-Moon system and their influences on trajectory design and calculation are analyzed. Based on analysis of revolution and rotation of the moon, simplified calculation methods of the time of lunar eclipse and libration in longitude are proposed. Specifically research focus is set on the effects of different definitions of gravitational sphere of a small celestial body on trajectory calculation precision. The conclusions are: patched conics trajectories based on the Hill sphere and the sphere of influence are more accurate, but still have remarkable errors. As a result, the selection of gravitational sphere for patching has negligible influence for preliminary design and characteristic analysis.

2) The issues of launch window calculation and translunar trajectory design for lunar soft landing mission are studied. An improved model for translunar trajectory calculation is proposed, which can merge lunar status information directly into the analytical model. Calculations and comparisons show that calculation accuracy can be

improved without obvious change of model complexity. For unmanned lunar soft landing missions and manned lunar landing missions, a universal approach to calculate launch window of lunar soft landing mission is developed with multiple constraints considered, and calculation methods of launch window of each feature point are presented. The results show that the best launch opportunity lasts only one day per month under restrict lighting constraints. For the aforementioned two missions, design procedures of translunar trajectory are proposed respectively, with which both a preliminary design case and a precise design case are studied with given launch window conditions.

3) Modeling, characteristics and design of transearth trajectory are investigated. Mathematical model of three-dimensional transearth trajectory is established, which takes only 3×10^{-4} seconds to calculate one transearth trajectory, so as to make it possible to compute a great number of trajectories with affordable calculation cost. According to comprehensive calculations of transearth trajectories using the above model, some characteristics of the trajectory are given: a) transearth trajectories that have same direction with rotation of the earth are more suitable for manned lunar landing missions; b) all trajectories escape from lunar sphere of influence on the east hemisphere, and the distribution area of the exit points is similar to an oval shape; c) selenocentric longitude of 80° E is the best initial value for trajectory design of an unmanned lunar freight ship, while selenocentric longitude of 40° E is the best initial value for trajectory design of a manned lunar landing ship; d) the transearth flight time can be shortened if the selenocentric inclination is chosen as 180° . With these analyses, effects of variables upon trajectory parameters are summarized in a comprehensive table, which can provide reference to adjust the design parameters of the trajectory. Lastly design procedures and case studies for manned lunar landing ships and unmanned lunar freight ships under multiple constraints are presented.

4) Design methods of free-return trajectories and hybrid trajectories are investigated. Firstly free-return trajectories and hybrid trajectories are introduced briefly and analyzed qualitatively. Then an approach to design free-return trajectories satisfying certain constraints is proposed, with which a precise trajectory is calculated and can be treated as a nominal trajectory of the manned lunar landing mission. The flight procedure of the hybrid trajectory is discussed, and a typical flight case of a hybrid trajectory is designed based on the preceding nominal free-return trajectory.

5) Tracking conditions of different layout of deep space tracking stations on

manned lunar landing missions are analyzed, and then the idea of establishing deep space tracking stations in Polar Regions is proposed. Geometrical modeling and analysis of tracking condition for a deep space target is studied. Three layout schemes of ground deep space stations are compared, which include the layout of two domestic stations, the layout of one domestic station and one South American station, and the layout of one domestic station and one Antarctic station. The main conclusions are: a) tracking effect of the layout of two domestic stations is dissatisfactory; b) tracking effect of the layout of one domestic station and one South American station is better, but there still remains certain tracking gaps; c) combining with proper trajectory design, a single polar station may cover 100% tracking of the mission, but it is difficult to implement.

6) The concept of cislunar cluster flight is proposed, and relative motion on hyperbolic trajectory and configuration of cislunar cluster are preliminarily discussed. Differences between cluster flight and distributed space system, such as formation flying and constellations, are discussed. A creative conception that employs cluster flight technique in the cislunar space is proposed. Its theoretical value and application value are illustrated, and a detailed future research plan is presented. Differential equations of spacecrafts relative motion on hyperbolic trajectory are derived. Design principles of hyperbolic hovering orbit and control method of station keeping are investigated. Laws of configuration changing of cislunar uncontrolled cluster are also analyzed. The calculation examples show that the configuration of the cislunar cluster changes gently and the base line length of the cluster is relatively steady under specific constraints.

This dissertation may provide technical support for China manned lunar landing mission as well as stage two and three of China Lunar Exploration Program. The analysis of deep space stations layout may provide reference for TT&C system development of Mars exploration and other deep space explorations in the future. The discussion of cislunar cluster flight presents a brand-new mode for future deep space explorations.

Key Words: Manned Lunar Landing; Translunar Trajectory; Transearth Trajectory; Free-Return Trajectory; Hybrid Trajectory; Launch Window; Deep Space Tracking; Cluster Flight

第一章 绪论

人类渴望探索未知世界，开拓神秘的宇宙。星际航行先驱者齐奥尔科夫斯基曾经预言过，人类的最终命运将置于星球之中。

月球是地球唯一的天然卫星，也是距地球最近的一个星球。地月间的平均距离约为38万公里，与其他星球相比，如此近的距离使得月球很自然的成为人类向外层空间转移的第一个目标，也是人类飞向其他星球的一个重要中转站。同时，月球拥有丰富的矿物资源，其中有一些物质在地球上是有且珍贵的，因此载人登月并在月球建立基地开采矿藏也有诱人前景。即使排除军事、工业和科学技术上的意义，仅从精神层面上载人登月也可以使人类对自身的潜能充满信心。此外，载人登月工程在促进科研教学、刺激经济发展、提升国家地位与扩大政治影响等层面均有着重大意义。

轨道分析与设计在载人登月概念研究与总体设计中具有基础性作用。我国的无人探月工程已经获得初步成功，但由于载人登月与无人探月的任务轨道在飞行时间、过载限制、测控要求、火箭推力以及故障中止返回等诸多方面存在差异，因此不能照搬无人探月工程的轨道设计方法。目前国内载人登月轨道设计方面的公开研究并不多见，在强烈的工程需求下，有必要从任务约束角度出发对载人登月轨道设计进行深入研究。

论文针对载人登月轨道设计方面的问题开展了研究。本章首先对载人登月工程的发展进行概述，然后综述国内外相关研究领域的技术进展，最后给出论文的主要研究内容与总体结构。

1.1 载人登月发展概况

二十一世纪上半叶，深空探测技术成为航天技术向高级阶段发展的关键，也是各航天大国的主要研究目标，载人登月顺理成章地成为各国抢占深空探测的战略制高点。2004年美国公布了“新探索”计划，宣称在2018~2020年让美国宇航员重返月球，建立月球基地，并争取在2030年之前登上火星^[1]。2004年2月欧空局公布的“曙光计划”提出，2020年前后执行探测月球、火星和小行星等的载人任务。2005年1月日本宇宙航空研究开发机构(JAXA)公布了“JAXA 2025年长期规划”，提出2025年前实现载人登月和建立月球太阳能研究基地。印度于2006年12月提出月球探测计划与载人航天计划，设想在2020年前后将印度宇航员送上月球。2007年8月，俄罗斯制定了“2006~2040年远期航天发展规划”，提出2025年实现载人登月，2028~2032年建立一座有人居住的月球基地，2035年后开展载人登陆火星任

务，2040年前建设航天员月球常驻基地^[2]。

以上是各航天大国的载人登月计划。而提起载人登月，首先会想到的是唯一成功的先例——阿波罗计划。本节首先概述阿波罗系列计划，然后简要介绍我国的载人航天工程、月球探测工程与载人登月计划，最后阐述载人登月与无人探月的区别和联系。

1.1.1 阿波罗计划概述

阿波罗计划从1966年开始实施到1972年底结束，其间共进行了11次载人飞行，除阿波罗13号发生故障登月失败外均取得成功，共有12名宇航员分6次先后登上月球^{[3]~[5]}。下面对阿波罗计划中的月球任务轨道方案进行介绍。

1.1.1.1 阿波罗计划月球任务飞行过程

1. 阿波罗8号

阿波罗8号是人类第一次离开近地轨道，并绕月球航行的太空任务。

1) 发射与地球停泊轨道——任务于世界时1968年12月21日12:51:00发射，约11分钟后进入远地点191.3km，近地点181.5km的地球停泊轨道。

2) 地月转移轨道——2小时40分钟时（发射时刻起算，下同）加速进入地月转移轨道，该转移轨道是一条自由返回轨道，11小时时进行了一次中途修正，61小时时进行了第二次中途修正。

3) 绕月轨道与月地转移轨道——69小时11分时进入远月点311.1km，近月点111.9km，倾角 12° 的绕月轨道，绕月飞行20小时10分钟后进入月地转移轨道。

4) 再入与着陆——自发射起算147小时后着陆地面，着陆点位置为北纬 $8^\circ 6'$ ，西经 $165^\circ 1'$ 。

2. 阿波罗10号

阿波罗10号首次将登月舱带入了月球轨道进行测试，在测试中登月舱离月球表面仅15.6km。

1) 发射与地球停泊轨道——任务于世界时1969年5月18日16:49:00发射，约12分钟后进入远地点190km，近地点184.5km的地球停泊轨道。

2) 地月转移轨道——2小时39分时加速进入地月转移轨道，按预先设计该转移轨道应是一条近月点高度约110km的自由返回轨道，任务中TLI（TransLunar Injection，地月转移轨道注入）机动结束后得到的轨道近月点为1681km，因此于26小时33分时进行了一次中途修正。

3) 绕月轨道——76小时01分时进入远月点316.7km，近月点111.1km，倾角为 1.2° 的绕月轨道，登月舱与指令舱分离后将登月舱轨道降至远月点110km，近月

点15km的轨道，绕飞了约3小时后将轨道抬高。

4) 月地转移轨道——106小时22分时登月舱与指令舱对接，随后进入月地转移轨道，并于188小时50分时进行了一次中途修正。

5) 再入与着陆——192小时3分时着陆，着陆点位置为南纬 $15^{\circ} 2'$ ，西经 $164^{\circ} 39'$ 。

阿波罗10号的飞行过程如图1.1所示。

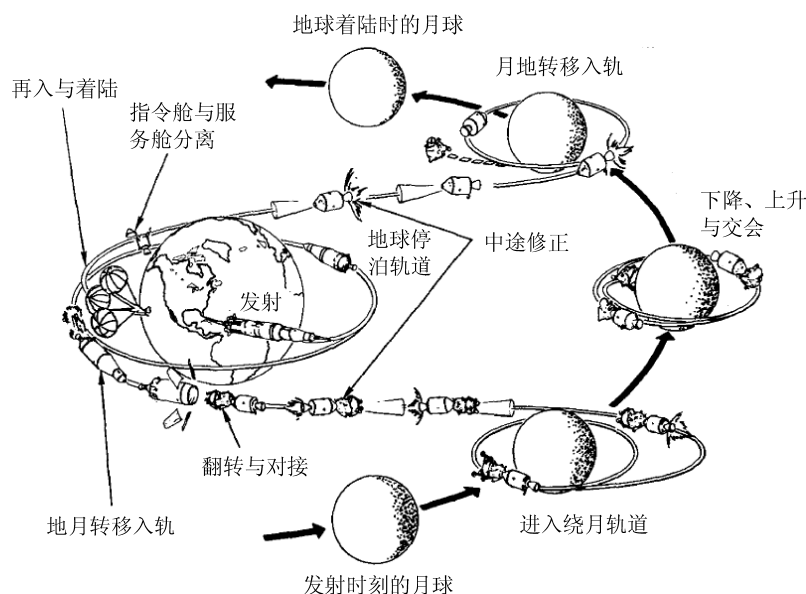


图1.1 阿波罗10号飞行全程示意图

3. 阿波罗11号

阿波罗11号首次将人类送上了月球。

1) 发射与地球停泊轨道——任务于世界时1969年7月16日13:32:00在肯尼迪航天中心发射，约12分钟后进入远地点185.9km，近地点183.2的地球停泊轨道。

2) 地月转移轨道——环绕地球一圈半后，第三极子火箭点火，于发射后2小时50分时进入地月转移轨道，按预先设计该转移轨道应是一条近月点高度约110km的自由返回轨道，任务中TLI机动结束后得到的轨道近月点为1660km，因此于26小时45分时进行了一次中途修正。

3) 绕月、动力下降与着月——75小时55分时进入远月点314.2km，近月点111.1km的绕月轨道，其后进行了轨道圆化，登月舱与指令舱分离，然后将登月舱轨道降至远月点108km，近月点14.4km的轨道。102小时33分时开始登月舱的动力下降段（如图1.2），102小时45分41秒时下降发动机关闭，登月舱在月面静海西南角着陆，着月点位置为月理北纬 $0^{\circ} 40' 26.69''$ ，东经 $23^{\circ} 28' 22.69''$ 。

4) 月地转移轨道——在月面停留21小时36分钟20秒后，登月舱点火起飞，128小时03分时与指令舱对接，随后进入月地转移轨道，并于150小时30分时进行了一

次中途修正。

5) 再入与着陆——195小时18分时着陆，着陆点位置为北纬 $13^{\circ} 19'$ ，西经 $169^{\circ} 9'$ 。

阿波罗11号开创了人类认识月球的新纪元。

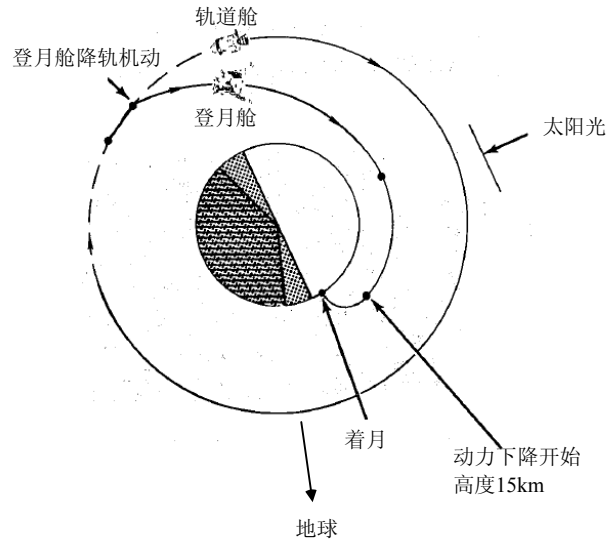


图1.2 阿波罗11号登月舱下降示意图

4. 其他

阿波罗11号之后，又进行了阿波罗12号~17号6次发射，其中除阿波罗13号任务失败外，其他5次均取得成功，共将10名宇航员送至月球表面。关于阿波罗13号的飞行过程将在第五章中给出，其他5次任务的飞行过程均与阿波罗11号相似，限于篇幅这里不再一一介绍。

在飞行轨道方面，与阿波罗8号、10号与11号采用的自由返回轨道不同，阿波罗12号、13号、14号采用了Hybrid转移轨道，TLI后进入一条自由返回轨道，在发射后约30小时进行一速度增量 $20\sim 30\text{m/s}$ 的中途转移机动（参见第五章），这一机动将转移轨道近月点降至 110km 左右，但机动后轨道不再是自由返回轨道。

阿波罗15号、16号、17号既没有使用自由返回轨道，也没有使用Hybrid轨道，而是TLI后直接进入近月点 100km 左右的地月转移轨道，相比之前的阿波罗任务，这种轨道可以实现较大的相对月球赤道的倾角，因此可以在更高纬度区域月面着陆。

1.1.1.2 阿波罗系列计划轨道参数对比

阿波罗计划中共有9次任务实现了登月或绕月飞行，分别是阿波罗8号与10~17号，下面对这9次任务中与轨道相关的一些参数进行统计对比。

表1.1中给出了阿波罗月球任务的发射相关参数，包括任务发射时间、发射窗口起止时间以及发射方位角等。其中阿波罗8号、10号与11号发射窗口持续时间相比后续任务更长，阿波罗17号是唯一在夜间发射的阿波罗任务。阿波罗任务的发射方位角有一定调整空间，这为拓宽发射窗口提供了有利条件。

表 1.1 阿波罗月球任务发射参数

	发射日期	发射时刻	发射窗口打开	发射窗口关闭	发射窗口长度 时:分:秒	是否按时发射	发射方位角
8	21/12/68	7:51:00 am EST ^{<1>}	7:50:22am EST	12:31:40 pm EST	4:41:18	是	72.124°
10	18/5/69	12:49:00 pm EDT	12:49:00 pm EDT	5:09:00 pm EDT	4:20:00	是	72.028°
11	16/7/69	9:32:00 am EDT	9:32:00 am EDT	1:54:00 pm EDT	4:22:00	是	72.058°
12	14/11/69	11:22:00 am EST	11:22:00 am EST	2:28:00 pm EST	3:06:00	是	72.029°
13	11/4/70	2:13:00 pm EST	2:13:00 pm EST	5:36:00 pm EST	3:23:00	是	72.043°
14	31/1/71	4:03:02 pm EST	3:23:00 pm EST	7:12:00 pm EST	3:49:00	否 ^{<2>}	75.558°
15	26/7/71	9:34:00 am EDT	9:34:00 am EDT	12:11:00 pm EDT	2:37:00	是	80.088°
16	16/4/72	12:54:00 pm EST	12:54:00 pm EST	4:43:00 pm EST	3:49:00	是	72.034°
17	7/12/72	00:33:00 am EST	9:53:00 pm EST ^{<3>}	1:31:00 am EST	3:38:00	否 ^{<4>}	91.503°

<1>EST 为美国东部标准时间，EDT 为美国东部日照时间

<2>由于发射场天气原因，发射推迟了 40 分钟 02 秒

<3>发射窗口打开日期为 6/12/72

<4>由于倒计时装置出现问题，发射推迟 2 小时 40 分钟

表1.2中给出了阿波罗月球任务地月转移轨道入轨点TLI(TransLunar Injection)处的相关参数，包括航迹角、速度增量、偏心率、近月点高度与地月转移轨道飞行时间等。这里仍然是阿波罗17号的TLI位置与其他几次任务差别较大，因为阿波罗17号在地球停泊轨道上滑行了2圈，而其他8次任务均为1.5圈。

从TLI结束时得到的近月点高度来看，阿波罗8、10、11号任务中，TLI机动存在一定误差，经中途修正后满足要求（参考表1.3）。阿波罗12与14号的近月点高度偏差则不能单纯用TLI机动误差解释，因为其采用的是Hybrid轨道，标称轨道的TLI后近月点高度本身就比设计的绕月轨道高度要高。

TLI末近月点时刻一项意思是实际任务中TLI机动结束后获得的轨道预计到达近月点的时刻，在任务飞行中经中途修正，到达近月点的时间会略有偏差（参考表1.3）。

表 1.2 阿波罗月球任务 TLI 参数

	TLI 点经纬度	TLI 结束时刻 航迹角	TLI ΔV (m/s)	TLI 末偏心率	TLI 末近月点 高度(km)	TLI 末近月点 时刻(时:分:秒)
8	21.346°N, 143.9242°W	7.897°	3040.075	0.97553	848.4012	69:13:58
10	13.5435°S, 159.9201°E	7.379°	3055.62	0.97834	1681.06	76:10:18.4
11	9.9204°N, 164.8373°W	7.367°	3049.524	0.97696	1659.948	75:05:21
12	16.0791°N, 154.2798°W	8.584°	3048	0.96966	518.9304	83:44:04.4
13	3.8625°S, 167.2074°E	7.635°	3044.8	0.9772	160.7536	77:56:22
14	19.4388°S, 141.7312°E	7.480°	3159.709	0.9722	3665.108	82:15:19
15	24.8341°N, 142.1295°W	7.430°	3174.401	0.9760	257.428	78:31:24
16	11.9117°S, 162.4820°E	7.461°	3166.75	0.9741	271.6884	74:32:22
17	4.6824°N, 53.1190°W	7.379°	3162.605	0.9722	94.5 ^{<1>}	83:40:52

<1>94.5km 是设计的地月转移轨道近月点高度

表1.3中给出了阿波罗月球任务中近月制动点LOI(Lunar Orbit Insertion, 环月轨道注入)处的相关参数, 包括LOI位置、时刻、速度增量等。因近月点制动是在制动发动机持续工作一定时间下完成的, 因此表中出现了LOI点火、LOI完成等区别。我们注意表中中途修正后近月点位置(经纬度、高度)与LOI完成点位置是有微小差别的, 因为近月点制动发动机提供的推力有限, 这一差别也难以消除。另外可以将该表中后两列与表1.2中后两列相比较, 其中的差别便是中途修正的效果所在。从表1.3还可以得知, 阿波罗系列月球任务的近月制动点参数是比较接近的, 速度变化量均在900m/s左右, 制动点高度均在110km左右, 而制动点也均在月球的几乎正背面。

表 1.3 阿波罗月球任务 LOI 参数

	LOI 完成点经纬度	LOI 完成点高度(km)	LOI 点火时刻(时:分:秒)	LOI ΔV (m/s)	中途修正后近月点经纬度	中途修正后近月点高度(km)	中途修正后近月点时刻(时:分:秒)
8	9.89°S, 179.56°E	114.824	69:08:20.4	913.4856	-	121.8616	69:10:39
10	0.19°N, 174.60°E	113.3424	75:55:54.0	908.7307	0.67°N, 177.65°E	112.7868	76:00:15.2
11	0.16°N, 167.13°E	111.3052	75:49:50.4	889.254	0.17°N, 173.75°E	113.898	75:53:35
12	1.63°S, 154.04°E	114.2684	83:25:23.4	880.7196	0.7°N, 161.96°E	120.5652	83:44:38.8
13	-	-	-	-	3.3°N, 178.93°E	117.0464	77:28:39
14	0.10°N, 161.58°E	118.8984	81:56:40.7	921.2275	2.12°N, 167.41°E	112.972	82:40:36
15	21.03°S, 160.08°E	137.2332	78:31:46.7	914.4305	23.3°S, 171.4°E	125.936	78:35:06
16	7.07°N, 169.19°E	139.4556	74:28:28.0	854.0496	7.47°N, 176.47°E	132.7884	74:32:07
17	6.81°S, 151.84°E	94.8224	86:14:23.0	910.7424	9.46°S, 159.48°E	96.4892	83:38:14

1.1.1.3 阿波罗计划的深远影响

阿波罗载人登月工程的成功具有伟大的历史意义和现实意义。多项最新研究

表明,阿波罗载人登月工程的许多方案和技术仍适用于当今的载人登月计划,因此美国在重返月球的计划中大量借鉴了阿波罗载人登月工程的经验和技術。例如,目前在建的新型登月飞船“猎户座”与“阿波罗”飞船有很多相似之处:它们的外形酷似,只是大小不同;新的月球着陆器仍采用“阿波罗”飞船登月舱的设计理念,即由上升级和下降级组成。

对于阿波罗载人登月工程在经济上的作用,仍有较大争议。但不可否认的是,该工程对关键科学和各种边缘交叉学科的兴起与进步,进而转化为国家未来经济实力并在保卫国家安全上起到了重要的作用;该项目中产生了3000多项专利技术,人类至今仍在受益^[6]。总之,宏伟的阿波罗载人登月工程在人类社会的政治、科学、技术、经济、生活乃至精神等方面产生了巨大的影响。

1.1.2 中国的载人航天工程、月球探测工程与载人登月计划

载人登月是载人航天向深空探测的延续。月球探测工程总设计师孙家栋曾指出:“实现登月的一个重要前提是,同时具备载人航天能力和月球探测能力。从载人航天到载人登月是个非常复杂的系统工程,有很多技术难题需要攻克。”可见,载人登月虽不是载人航天与月球探测的简单叠加,但也不能抛开现有的技术成果而完全重新开始研究,而应首先在充分继承载人航天工程和月球探测工程的经验和成果基础上,借鉴国外成功经验和失败教训,充分考虑可能出现的新问题进行针对性的预先研究。下面分别对我国的载人航天工程和月球探测工程进行回顾与展望。

1.1.2.1 载人航天工程

按照中国航天事业发展规划,中国载人航天工程计划分三步来实施。

第一步是发射无人和载人飞船,将航天员安全地送入近地轨道,进行对地观测和科学实验,并使航天员安全返回地面。神舟五号飞船首次载人太空飞行的成功,实现了第一步的发展战略。随着我国第一名航天员杨利伟于2003年10月16日安全返回,中国载人航天工程取得历史性突破,第一步的任务已经完成。

第二步是继续突破载人航天的基本技术:多人多天飞行、航天员出舱在太空行走、完成飞船与空间舱的交会对接。在突破这些技术的基础上,发射短期有人照料的空间实验室,建成完整配套的空间工程系统。发射神舟六号,标志着中国开始实施载人航天工程的第二步计划。而神州七号中航天员成功完成出舱活动,则意味着中国载人航天技术迈出新的一步。

此外,我国载人航天工程第一个空间交会对接目标——天宫一号目标飞行器目前已完成总装。按照计划将于2011年先后发射天宫一号目标飞行器和神舟八号

飞船，实施我国首次空间飞行器无人交会对接试验。随后，我国还将发射神舟九号、神舟十号飞船，分别与“天宫一号”完成空间交会对接，其中，“神八”是无人飞船，“神九”、“神十”是载人飞船^[7]。



图1.3 “天宫一号”实物图

第三步，建立永久性的空间试验室，建成中国的空间工程系统，航天员和科学家可以来往于地球与空间站，进行规模比较大的空间科学试验，解决较大规模的空间科学实验和应用技术问题。

1.1.2.2 月球探测工程

我国的月球探测工程将分为三步走，栾恩杰总指挥将其形象的称为“绕”、“落”、“回”三部曲。

第一步是先派出环绕月球飞行的探测器对月球进行遥感探测，即绕月探测。嫦娥一号主要用于获取月球表面三维影像、分析月球表面有关物质元素的分布特点、探测月壤厚度、探测地月空间环境等，于2007年10月24日在西昌卫星发射中心利用长三甲（CZ-3A）运载火箭发射升空。星箭分离后进入椭圆调相轨道，通过变轨不断调整椭圆的远地点高度，近地点最后一次点火进入地月转移轨道，飞行4~5天后到达近月点，经过三次减速制动后进入200公里的环月轨道，如图1.4所示。

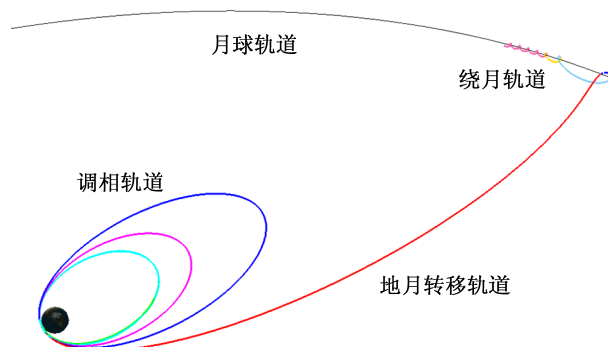


图1.4 嫦娥一号轨道仿真图

从2008年11月8日开始，预定计划顺利实施，嫦娥一号卫星轨道由200公里圆轨道降到100公里圆轨道，继而降到远月点100公里、近月点15公里的椭圆轨道，再升回到100公里圆轨道。北京时间3月1日16时13分10秒，嫦娥一号卫星在北京航天飞行控制中心的精确控制下，准确落于月球东经52.36度、南纬1.50度的预定撞击点。至此中国探月一期工程宣布完美落幕。

第二步是实现软着陆探测器降落在月球表面上，并实地考察月球。嫦娥二号卫星是探月二期工程的技术先导星，其主要目的是为嫦娥三号任务实现月球软着陆进行部分关键技术试验，并对嫦娥三号着陆区进行高精度成像。嫦娥二号已于2010年10月1日18时59分发射成功，其不再采用调相轨道，而是由运载火箭直接将探测器发至近地点200公里、近月点100公里的地月转移轨道，飞行112小时到达近月点^[8]。第一次近月制动后进入周期12小时的环月轨道，第二次近月制动后进入周期3.5小时的环月轨道，第三次近月制动后进入周期127分钟，高度约100公里的工作圆轨道，如图1.5所示。

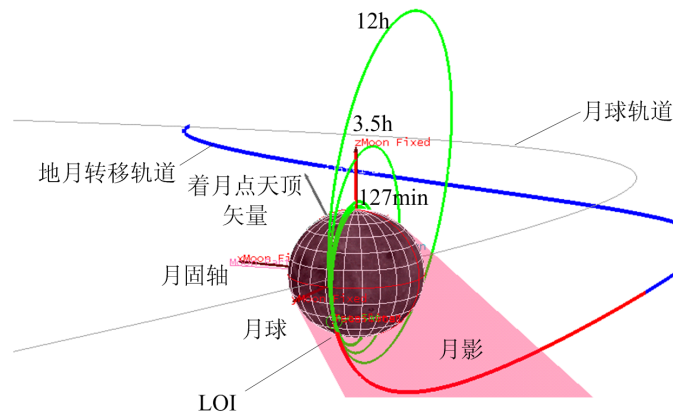


图1.5 嫦娥二号轨道仿真图

第三步，探测器降落月球表面后从月球采集样品返回地球。

1.1.2.3 载人登月计划及其与载人航天、探月工程的联系

“嫦娥奔月”的故事表达了千百年以来中华民族对于月亮的美好憧憬，能够早日使炎黄子孙登上月球也是亿万中华儿女的梦想。如今，这一梦想离实现越来越近。美国宇航局局长格里芬认为中国有能力在2020年实现载人登月；中国运载火箭技术研究院的龙乐豪院士与中国空间技术研究院的叶培建院士均认为我国在2025年将具有载人登月的能力；中国科学院发布的2050年空间科技发展路线图中则预计中国将于2030年前后实现载人登月。

按照国家的航天长远规划，到2020年之前我国应该已经完成月球探测三期工程，并建成有常驻人员的空间站。届时我国对月球探测的“绕、落、回”各方面

技术，以及对长时间的载人飞行技术，将有一个全方位的掌握。而如果进行载人登月计划必将在此之后，因此如果能够将载人航天后续工程，特别是月球探测工程第二、第三期的飞行任务为载人登月计划所用，则可实现对资源的最大化利用。换句话说，可以在一定程度上将载人航天后续工程，特别是月球探测工程第二、第三期看作我国载人登月计划的前期工程，以便提前对登月系统的适用性和安全性进行试验。

根据工程本身难度和国外载人登月的分阶段实施情况，我国载人登月计划很可能先进行登月飞船低地球轨道载人飞行，然后进行载人绕月飞行（进入环月轨道，不着月），最后实现载人月面着陆，这与我国的载人航天工程以及月球探测工程分阶段实施的计划可以对应起来。因此可以在载人航天后续工程中对登月飞船及其部分载荷进行试验，在探月二期工程中对载人绕月与着月任务的方案及部分载荷进行试验，在探月三期工程中对载人登月的月面上升（可能包括环月轨道对接）及返回方案和部分载荷进行试验。这样虽然会一定程度上增加月球探测工程与载人航天后续工程的预算，但比之为载人登月任务而单独进行大量无人月球探测飞行与低地球轨道飞行，更加符合科学发展规律。

1.1.3 载人登月与无人探月的联系与区别

本小节主要分析载人登月与无人探月的联系与区别。为更好的与载人登月进行比较，这里的无人探月是指与载人登月飞行过程相似——即经历月球软着陆并返回地面的任务，例如我国探月三期工程。至于其他类型无人探月任务，与月面取样返回任务区别明显，本文不进行分析。可以用一句话来概括载人登月与无人探月的联系：无人月球探测是载人登月的必要条件，而载人登月是无人月球探测的合理继续。关于载人登月与无人探月的联系的进一步分析参见1.1.2.3节。

载人登月与无人探月的区别主要体现在以下几个方面：

1. 探测目的和效果

载人登月与无人探月在不同探测目的上具有不同的效果^[9]，如表1.4所示。总的来说载人登月能够实现的探测无论从数量还是质量上都要优于无人探月。

表 1.4 载人登月与无人探月的探测目的和效果区别

探测目的	探测内容	探测效果	
		载人登月	无人探月
认识月球	月球成分、资源分布、地质构造等	好	一般
认识太阳系与地月系	起源与演变、空间环境、小行星研究、地月运输、月基观测等	好	一般
月球资源利用	月球环境资源、微重力资源、矿物资源、能源等的实验与生产	很好	差
建立基地，深空探测中转站	月面运输、人类居住、生活保障与长期生存、对天观测与对地监测、科学研究与实验、植物栽培、能源储存与利用、资源提取与利用、推进剂生产、行星探测任务试验和发射平台等	很好	无法实现

2. 飞行时间与过载

无人探月对飞行时间上的要求比较宽松。在转移轨道上，如果采用地月直接转移轨道，飞行时间可达5~7天；如果采用大椭圆调相轨道，飞行时间可达十余天；而如果采用基于限制性四体问题的地月间接转移轨道，飞行时间可长达上百天。载人登月的转移轨道通常只能选择直接转移轨道，而且需要将TLI速度提高，将转移轨道飞行时间缩短至3天左右。

在绕月轨道上，无人探测器在着陆月球前可以飞行数天到数十天，在此期间可对月面进行扫描探测，着陆月面后也可以工作很长时间。载人登月通常要求飞船进入绕月轨道后尽快开始月球软着陆，而着陆后的月面探测阶段时间也不应过长，通常在1天到数天之间（建立月球基地另当别论）。在阿波罗系列计划中，任务的总时长为142小时~301小时。

人体能够承受的过载是有限的，这就要求载人登月飞船飞行各个过程的加速度都不能过高，一般的宇航员或飞行员所能承受的最大过载不超过8g（g为地表重力加速度）。在阿波罗系列计划中，运载火箭上升段的最大过载为3.82g~4.28g；整个飞行过程的最大过载出现在地球再入过程，在阿波罗16号中最大达7.19g。对于无人月球探测器，对于过载的要求可以大大放宽。

3. 可靠性要求

由于涉及到航天员生命，载人登月整个系统对于安全可靠性的要求远高于无人探月，需要各大系统采取措施提高整体可靠性。在载人飞行之前，需要进行足够的无人飞行试验以检查潜在的问题。

4. 测控要求

相比无人探月，载人登月要求测控系统实时性强以保证跟踪监视、信息传输和应急救援的需要，要求轨道覆盖率高以保证飞船上宇航员能完成复杂的操作运

行。此外载人登月测控系统功能多、数据量大，其中包括监视宇航员生理状态和工作情况，传输电视图像与宇航员声音等任务。

5. 应急救生与安全返回要求

正是考虑了在载人登月地月转移轨道段出现故障的情况下需要将宇航员安全带回地球，才出现了自由返回轨道、Hybrid轨道等技术方案。而如果在发射上升段出现故障，可启动逃逸塔使宇航员安全返回地面。此外任务还可能在其他阶段非正常中止，针对不同情况皆需要事先制定好应急救生方案。

载人登月飞船的返回技术也比无人探月要求更高。上述提到的过载要求对飞船再入地球大气层时的再入角提出了严格的约束，另外再入时的热控制也显得非常重要，必须保证飞船内有适宜宇航员生存的温度。此外，载人登月飞船着陆时的速度、落点精度等方面都有着较高的要求。

6. 生活保障系统

宇宙空间恶劣的环境因素会严重威胁人的生命，如果没有完善的生命保障系统，宇航员不可能存活更不要说完成任务。载人飞船的生命保障系统通常包括6个分系统，分别是载人飞船环境控制系统、载人飞船气体贮存系统、宇航员供水和水处理系统、航天食品、宇航员废物处理系统、航天服。阿波罗11号飞船有3套生命保障系统，分别设在服务舱、指令舱与登月舱内。如此复杂的生命保障系统必然大大增加了登月飞船的质量。

7. 大推力火箭要求

相比无人探测器，载人飞船中增加了复杂的生命保障系统以及宇航员本身的重量，这对运载火箭的推力是一个巨大的考验。阿波罗飞船的质量约为50吨，使用的土星V火箭起飞推力更达3470吨。如此巨大的运载火箭我国短期内无法研制成功，这也是我国载人登月计划面临的最大难点。在1.2.1节中，将会对不具备大推力运载火箭的情况下如何实现载人登月从飞行模式上进行综述。

1.1.4 载人登月轨道设计的特点

上述载人登月与无人探月的区别决定了载人登月轨道设计不能照搬无人探月工程的轨道设计方法，需要基于任务的特点考虑额外的要求或约束，具体体现在载人登月任务轨道具有如下特点：

- 1) 更短的飞行时间范围。载人登月任务转移轨道飞行时间通常在55~85小时之间，环月轨道飞行时间通常在1天以内。
- 2) 更严格的着月点光照约束。阿波罗计划中要求着月点着月时刻的阳光仰角在 7° 左右，可调整幅度不到 1° 。

- 3) 更严格的大气层再入约束。载人登月月地转移轨道飞抵地球大气层边界时,再入角通常要求在 6° ~ 8° 之间。
- 4) 任务中止返回能力。前期的载人登月任务由于面临较大风险,通常采用自由返回轨道或Hybrid轨道作为任务的转移轨道。
- 5) 更高的测控保障条件。对整个任务来说载人登月要求更高的测控覆盖率,但在个别地面无法测控的关键点,例如近月制动点处,可以依靠航天员的操作完成相关任务。
- 6) 轨道交会对接要求。由于载人飞船重量较大,如果不具备大推力火箭,则需多次发射并在环地轨道或环月轨道交会对接,这对轨道设计提出了新的要求。

论文研究中,充分考虑了上述的载人登月任务轨道设计、发射窗口计算以及测控要求等特点,进行了针对性的设计与分析,并在一些章节中同时给出载人登月任务与无人探月任务的轨道设计与计算的方法和算例,便于进行对比分析。

1.2 国内外相关研究进展综述

无论是载人登月还是无人探月,地月空间中的轨道设计都是非常复杂的问题,需要考虑方方面面的约束条件。牛顿曾向哈雷抱怨地月问题“使他常常头痛并失眠,以至于他再也不想考虑这方面问题”^[10]。针对这一复杂问题,几十年来国内外众多学者开展了持续的研究,取得和积累了大量宝贵的成果与经验,这是本文研究得以开展的重要基础。下面分为几方面进行归纳与综述。

1.2.1 载人登月飞行模式研究

前面曾提及,载人登月不同于无人探月,载人登月飞船的巨大质量对运载火箭提出了极高的要求。我国短期内不具备生产能够将整个载人登月飞船一次送至月面并安全返回的运载火箭的能力,因此需要在载人登月飞行模式上与阿波罗计划加以区别,研究适合我国国情的登月飞行方案。

中国运载火箭技术研究院龙乐豪院士对比了直接登月方式、近地轨道对接方式、环月轨道对接方式以及近地与环月轨道对接结合方式等四种载人登月方式对应的运载系统的初步方案。分析认为在CZ-5火箭基础上发展起飞重量千吨级的三级半大型火箭,采用环月轨道交会对接方式,是符合我国国情的载人登月方案,并预测我国可望于2025年前后实现载人登月^[4]。

盛英华等提出未来我国的载人登月工程可先确立任务目标,明确载人飞船、登月飞船规模,同时紧密结合运载火箭发展规划开展长远论证。并认为未来我国

的载人登月可以先四次发射或者三次发射有限规模载人登月，或直接两次发射大规模载人登月^[1]。

张小平等提出我国载人登月可采用“人货分运”模式，充分利用成熟的大型运载火箭和飞船，并重点研制重型运载火箭；重型运载火箭可以为5m或8m直径的三级半构型，采用4000kN级液氧/烃发动机和1500kN级液氧/液氢发动机；重型运载火箭下面级大推力发动机应采用液氧/煤油或液氧/甲烷推进剂^[11]。

彭祺攀研究了基于空间站支持的载人登月总体方案，对整个方案中需要解决的关键问题给出了具体说明，对支持登月的空间站规模做出了设想。论文研究表明，基于空间站支持的登月方式具有很好的重用性和继承性，可以为我国载人登月方案的选取提供一种参考思路^[12]。

综上所述，我国的载人登月工程难以将宇航员与所有设施一次送至月球表面。受以上文献启发，本文第四章对月地转移轨道设计问题的研究中，分为了两部分：直接返回地球大气层内的载人登月飞船与返回近地轨道的登月货运飞船。这里的载人飞船与货运飞船的轨道飞行方式并不是唯一的，而是以这两种方式为代表，研究不同终端约束的两类月地转移轨道设计方法。

1.2.2 地月转移轨道分析与设计

1.2.2.1 轨道特性分析

轨道特性分析是任务设计的一个重要组成部分。首先轨道特性分析是正式轨道设计工作的先导，在轨道设计前的特性分析，有助于提高轨道设计效率，优化轨道设计方案。在任务飞行后的特性分析，则有助于对今后的任务进行更好的设计。例如，前面提到的阿波罗11号第二次近月点制动后，轨道出现了一定异常，带动了此后对月球引力场模型的研究，否则难以发展出如今高达165×165阶的高精度月球引力位模型。

曾国强等对地月转移轨道的入口点分布区域、入口点位置与地心倾角等参数对转移轨道的影响等进行了分析，得出了一些重要的结论^[13]。林胜勇等研究了月球探测器地月转移轨道的特性，阐述了探测器在地月空间飞行的几何关系和原理，得出了一些有益结论^[14]。周文艳与杨维廉分析了地月转移轨道上探测器的一些特征参数对轨道特性的影响，重点分析了地月转移轨道近地点高度、转移轨道飞行时间和轨道倾角变化引起的总的速度增量需求的变化，并对地月转移图中的中途修正时机问题进行了研究^{[15][16]}。此外，文献[17]~[19]中分别对向月球飞行轨道的特性、轨道的摄动模型以及相位环地月转移轨道等问题进行了研究。

任萱在文献[20]中介绍了星际航行中采用内-外影响球方法进行简化轨道设计的方法，指出探测器处于内外影响球之间的这一段轨道如果飞行时间足够长，应

将此部分轨道作为干扰二体轨道处理以保证足够的精度。易照华介绍了天体力学中天体不同引力范围的定义方法^[21]，为本文第二章中对相关内容的分析提供了重要参考；此外易照华等还对撞月航天器的月面击中点分布问题进行了分析^[22]。刘林等根据轨道理论对冻结轨道的存在性及其有关问题作了较深入的分析，认为地球卫星冻结轨道的原理和结论不能随意应用于其他大行星或月球的轨道器，指出在一般情况下，对于低轨卫星形成冻结轨道的条件，非球形引力位中的奇次带谐项将起重要作用。不仅仅是一个J3项，例如月球轨道器，J3，J5，J7和J9均有不可忽视的影响，而且与轨道倾角有一定的关系^[23]。

在国外，早在1878年G. W. Hill就对日、地、月三体的运动问题进行了经适当简化处理后的分析，诞生了著名的Hill方程，这也成为目前中心引力体下航天器间相对运动研究的基础^[24]。Robert H. Tolson采用代数方法建立了地月转移轨道的简化计算模型，研究了从地月转移轨道形成的环月轨道的几何特性^[25]。

1.2.2.2 直接转移轨道设计

直接转移轨道核心基于霍曼转移与圆锥曲线拼接，可在此基础上加入摄动力建立高精度模型。这种轨道转移时间短（地月直接转移轨道通常在6天之内），对测控系统要求相对较低，可靠性较高，因此仍为大多数月球探测工程的首选（我国月球探测工程采用的轨道）。对于载人登月任务来说，因为航天员的生命保障方面需求，选择飞行时间长达上百天的地月低能转移轨道是不现实的，必须采用直接转移轨道。

针对直接地月转移轨道，多年的理论研究和实践经验已经发展了多种设计方法。Robert H. Tolson、曾国强、郗晓宁等对无人月球探测器的轨道设计问题开展了较为系统的研究^{[5][13][25]-[32]}。Robert H. Tolson与曾国强等建立了一种解析模型，使用该模型无需轨道积分，只使用纯代数方法便可快速计算满足一定要求的地月转移初步轨道，可以大大缩短轨道搜索的时间，非常适用于轨道性质分析与初步设计^{[25]-[26]}。郗晓宁等研究了硬着陆月球探测器的轨道设计问题^{[27]-[30]}，刘磊等研究了光照、测控等多方面约束条件下的无人月球探测器轨道设计方法^[31]，高玉东等研究了地月转移轨道的分层次搜索方法^[32]。林晓辉、李立涛、杨涤等对地月转移轨道的快速设计方法进行了研究^{[33]-[34]}，谷立祥、刘竹生等使用遗传算法和B平面参数进行了月球探测器地月转移轨道的设计^[35]，Min-Kun J. Chung研究了从月球南极的Aitken盆地采样返回任务的月地转移轨道设计问题^[36]。

以上对地月间直接转移轨道的研究为本文第三章中研究提供了重要基础，但其研究对象皆为无人月球探测器。由于载人登月任务的特殊性，其地月转移轨道设计从飞行方式、飞行时间、光照与测控约束、月面探测以及地球大气层再入等方面均有不同于无人月球探测器的方面，因此有必要在前人研究基础上考虑更多

更复杂的约束条件开展进一步的研究。

1.2.2.3 平动点相关轨道设计

对于地月转移轨道的研究,目前一个热点是基于限制性四体问题和弱稳定边界理论的地月低能转移轨道设计。这种方法利用太阳引力进入地月系的 L_1 及 L_2 平动点附近的Halo轨道,然后由Halo轨道进入近月轨道,综合起来构成完整的地月转移轨道。这种轨道比传统霍曼转移可以节约100m/s以上的速度增量,代价是通常三个月以上的漫长转移时间。这种轨道又称作间接转移轨道。

徐世杰、何巍、徐明等研究了利用太阳引力由地球停泊轨道进入 L_2 点的Halo轨道和由Halo轨道进入近月轨道的问题,从而得到了地-月低能转移轨道的设计方法,并对相关应用进行了研究^{[37]~[39]}。龚胜平与宝音贺西等对日、地、月多体引力下形成的不变流形通道进行了研究,并基于此设计了地月转移轨道^[40]。

国际上,Koon W S与Lo M W等设计了飞向月球的低能转移轨道,并用类似的方法设计了连接木星卫星之间的低能转移轨道^{[41]~[43]}。Edward A.研究了利用弱稳定边界理论设计地月转移轨道的方法^[44]。此外,文献[45]~[49]中研究了地月系与日地系统内平动点Halo轨道相关的转移轨道设计方法。

1.2.3 月地转移轨道分析与设计

就国内来说,目前对地月转移轨道的设计工作比较常见,但对月地转移段的轨道设计所做工作相对少一些。如果仅从空间形状看,月地转移轨道与地月转移轨道几乎是对称的,但在设计过程中,它们的初值选择与终端约束条件等方面却存在很大差异,因此显然不能将地月转移轨道的设计方法照搬过来。针对月地转移轨道的设计方法,国外的相关方面文献难以获得,可以查阅的多是简单的参数或过程的介绍,以及一些几何特征上的分析。

作者曾在文献[50]中首次建立了月地转移轨道的数学模型,并分析了该类型轨道的一部分性质,但是分析开展得不够深入,得到的部分结论不能直接用于工程设计;文献[51]中对这一工作进行了更深入的研究,得到了部分实用性强的结论。高玉东提出了一种双二体假设下的月球探测器返回轨道快速搜索设计方法^[52];并在文献[50]、[51]基础上对月地转移轨道的特性做了进一步的整理与分析^[53]。需要指出的是,这部分文献所做工作均是面向无人月球探测器的月地转移轨道,而对于载人登月工程来说,又存在着一些新的特点,例如轨道倾角、转移时间、再入角等参数将受到额外的约束。

此外,汤锡生等对地球轨道载人飞船的返回控制技术进行了研究^[54],王希季等研究了航天器返回的一些工程问题^[55]。

在阿波罗计划中，登月舱从月面起飞后与位于环月轨道的指令服务舱对接，继续绕行月球一段时间后进入月地转移轨道，这种方式从一定程度上节省了燃料，但在环月轨道上多耗费了一定时间。Anhorn W.简要分析了月面起飞的航天器快速返回地球的轨道设计相关问题，研究了与阿波罗计划中不同飞行模式的地球返回轨道，即从月面起飞后直接加速至相对月球的双曲线轨道，这种轨道的最大优点是缩短了返回地球所用时间^[56]。John L. Goodman给出了阿波罗13号的标称轨道方案，包括地球停泊轨道、地月转移轨道、预先设计的月面勘测任务、环月轨道、中途修正方案以及月地转移轨道与再入过程，并对实际飞行中氧气罐爆炸前后的重要事件进行了描述，对比了故障发生后地面研究得出的中止返回轨道的几个选项，重点分析了导航、制导与控制方面面临的困难以及应对措施^[57]。另外，文献[58]~[60]中分别研究了月球返回任务的通讯中继卫星设计概念、载人登月飞船返回任务的大气阻尼制动与捕获问题、月球探测器返回地面固定着陆点的中途修正导航问题。

1.2.4 自由返回轨道、Hybrid 轨道与任务中止返回轨道设计

自由返回轨道已被美国应用在Apollo 8, 10, 11任务中，Apollo 12, 13, 14任务采用的是Hybrid轨道。从那时起直至近期，国际上对自由返回轨道与Hybrid轨道的研究在持续进行。Ronald L. Berry对自由返回轨道与Hybrid轨道的概念进行了介绍，简要分析了这两种轨道的特点并对其进行了对比分析，并介绍了自由返回轨道在阿波罗11号中的应用情况^[61]。在阿波罗的每次载人任务发射前，文献[62]~[72]均会公布该次任务的详细方案，包括与之前的任务区别、本次任务目标、发射过程、轨道方案、着月点、月面试验、月球轨道试验、运载器与飞船等，这一系列文献中的工程参数为本文的研究提供了重要参考。A. Miele、T. Wang与S. Mancuso等利用镜像特性，使用微分修正算法对月球与火星任务的自由返回轨道进行了优化设计^[73]。Orloff R W给出了阿波罗计划全部载人任务的实际飞行经历，并以参数的形式将各任务之间进行了详细的比较^[3]。John T. Betts 对轨道的数值优化方法进行了研究^[74]。Caldwell S F.等对阿波罗任务自由返回轨道的地球再入点分布进行了研究^[75]。Cesar Ocampo, Shawn Hayes, Robert Twiggs等对斯坦福大学“CubeSat”计划的轨道设计方案与误差分析进行了研究，该计划的目标是利用运载火箭的剩余推力发射一颗小型月球探测器，该探测器在自由返回轨道上绕月后自动返回地球上空^[76]，该文献为本文第五章中自由返回轨道设计的参数选取提供了重要参考。

美国对载人登月任务中止返回轨道的研究也比较深入。Babb G. R.早在阿波罗13号发射前就分析了与阿波罗13号相类似的故障，并提出利用登月舱作为救生舱，登月舱降落火箭作为任务中止机动的主要推力系统的任务中止方案，还分别就单

脉冲和多脉冲机动模式下任务中止轨道的特性进行了研究；并对近月制动点处指令服务舱发动机无法启动情况下利用登月降落火箭进行任务中止的可行性进行分析^{[77]~[78]}。Hoekstra T. B.通过改变任务中止时速度冲量大小、任务中止后的飞行时间等进行着陆区域的经度控制，通过改变返回轨道的倾角进行纬度控制，多次轨道修正后使飞船进入指定着陆区域。Foggatt C. E.分别在二体假设下和摄动条件下对地月转移轨道上不同时间点所有满足地球再入要求的单脉冲快速转移轨道进行了研究^[80]。Merrick R. B.分析了地月转移轨道上双脉冲后进入预先指定着陆区域的情况^[81]。此外，文献[82]~[84]中也对月球或火星任务的中止返回轨道进行了研究^[85]。

从上述文献中可以得知国际上对自由返回轨道设计方面从理论与应用上都是比较成熟的。但由于技术保密等原因，可查阅的文献多为对该类型轨道概念上的描述，或特征上的分析，或设计方案以及工程参数的简单介绍，而可用于工程设计的数学模型与详细设计方法并不易获得。

在国内，刘兴隆与段广仁基于圆锥曲线拼接法，从几何与力学角度对自由返回轨道进行了分析^[86]。曾国强等对月球近旁转向技术以及利用月球近旁转向发射地球静止卫星方法进行了研究^{[87]~[89]}，月球近旁转向轨道从本质上与自由返回轨道是相似的。除此以外，国内前期对自由返回轨道的公开研究并不多见。

令人欣喜的是，在我国载人登月计划的带动下，最近的几个月里，已经开始涌现对自由返回轨道以及相关的载人登月任务中止返回轨道的研究文献。陈海萍对包括自由返回轨道与Hybrid轨道在内的载人登月任务中止轨道特性进行了分析，通过大量计算得到了很多有益的结论^[85]。黄文德等对双二体假设下的自由返回轨道特性进行了分析，并给出了设计实例^[90]。张磊等介绍了给定约束条件下绕月自由返回轨道的设计方法，并基于该方法分析了绕月自由返回轨道的相关特性，为任务设计和分析提供了基础^[91]。这些研究为我国载人登月轨道设计打下了良好的开端，为载人登月自由返回轨道与Hybrid轨道的设计提供了重要的依据。

1.2.5 月球任务发射窗口分析

对于一般月球任务发射窗口的研究目前已经较多。郝晓宁与曾国强等分析了地面测控站对月球探测器的测控关系，并从光照约束、测控约束和轨道运动学约束三个方面分析了对地月转移轨道发射窗口的影响^{[5]~[92]}。郝晓宁与高玉东分析了大椭圆停泊轨道上的月球探测器在运动学约束下的发射窗口问题，并以此为基础研究了地月转移轨道的快速设计方法^[93]。杨维廉等研究了月球探测器的发射机会，主要对大椭圆停泊轨道定性地讨论了探测器的发射机会和发射窗口问题，得出一些重要结论^[94]。张亚锋等讨论了光照约束、测控约束和运动学约束限制下，直接

入轨时垂直着月的窗口计算方法^[95]。胡小工, 黄城等研究了一定约束条件下的登月轨道设计与发射窗口选择问题^{[96]-[98]}。

美国宇航局载人航天中心月球任务部门主席Ronald L. Berry在文献中给出了阿波罗11号飞行前设计地月转移轨道、月球停泊轨道、月地转移轨道以及对应的发射窗口问题时考虑的因素。指出了地月转移、绕月与月地转移轨道的设计方法, 重点分析了计算发射窗口时需要考虑的约束条件, 另外还讨论了对这些轨道阶段的实时控制与事后重估。在考虑实时控制问题时确定了地月转移轨道中途修正方案, 近月点制动方案, 月地转移轨道入轨方案以及月地转移过程的中途修正方案。最后对轨道各阶段进行了事后重估, 结论是任务前的设计方案与任务中的实时控制方案绝大部分准确无误, 唯一的问题是近月点第二次制动后的轨道出现一定偏差, 原因在于当时的月球引力位模型不够精确, 但这一问题并未造成严重后果^[99]。该文献对载人登月的轨道方面问题描述得比较系统与详细, 为本文研究提供了重要参考。

David Lozier等介绍了美国NASA月球探测者号任务设计轨道方面的情况, 描述了其地月转移轨道的发射窗口, 由于其具有一段圆形停泊轨道段, 从运动学理论角度讲对于一个指定的发射场每天有发射机会, 可以根据测控条件和光照约束进一步寻找较好的发射窗口^[100]。Lynn A. Wagner对无人月球探测器“月球侦察者”(Lunar scout)的发射窗口问题进行了较为系统的分析, 重点分析了增加 ΔV 对增大发射窗口的贡献^[101]。尽管该计划最终未能发射实施, 但这一分析方法对大部分无人探测器的发射窗口问题均有借鉴意义。文献[102]、[103]对经度天平动的概念进行了深入浅出的介绍, 对本文第三章的发射窗口计算提供了有益的参考。另外, 文献[104]~[105]中对特定月球任务的发射窗口问题进行了部分分析。

从上述文献可知发射窗口的研究多针对一般性的探月轨道, 例如或是针对直接击中月球(垂直着月)的转移轨道(通常终端约束仅考虑着月点位置、速度), 或是针对月球轨道器的转移轨道(通常终端约束仅考虑近月点高度、倾角)。而对于绕月一段时间后软着陆的月球探测器来说, 需要考虑的终端约束更多, 包括转移轨道近月点高度、倾角与测控条件, 以及事先选定的着月点处/着月时刻光照与测控条件; 而对于载人登月任务, 时间上的约束将会更加严格, 这意味着欲设计的地月转移轨道除要满足上述诸多终端约束外, 还需直接满足载人任务的要求, 这就更增加了窗口与轨道设计的难度。

1.2.6 月球与深空任务测控分析

郝岩结合从地球发射飞向月球的地月转移轨道和环月轨道, 分析了深空测控网对无人月球探测器的跟踪情况, 得出了一些测控规律, 特别是根据我国国情给

出了可行的深空站布局方式^[106]。于志坚对航天测控系统工程进行了全面而系统的论述,其中对于载人航天、深空探测以及航天测控新技术的发展等方面的内容对本文有一定帮助^[107]。高玉东采用类似的分析方法,对无人探测器月地转移轨道的测控规律与布局方式进行了分析^[53]。以上三篇文献均对深空任务的测控规律以及地面深空站的布局方案进行了分析与阐述,但是分析方法均未针对深空任务的特点进行调整,导致得到的部分结论出现了问题。

张乃通等阐述了深空探测通信的重要地位和意义,就深空探测通信中的主要问题和特点开展论述,分析了深空探测通信的国内外研究现状;提出了利用地球静止轨道卫星编队的方法构建我国自主的天基连续测控和通信系统的构想,以及以月球为中继、利用地月系统内的拉格朗日点开展深空探测的方案^[108]。石书济简述了深空探测的重要意义,深空探测对测控通信的挑战以及人类在近30年来为解决矛盾而研究应用的各项措施和所达到的水平;提出了应当跟踪研究的深空测控通信领域的新体制、新技术和新设备^[109]。魏二虎,刘经南等概述了深空测控网的基本技术要求,总结了我国卫星测控网和国内现有射电观测设施的技术、组成和分布,分析和论述了将我国现有的测控设施建设成深空测控网的具体方案^[110]。此外,文献[111]~[117]中对我国嫦娥一号探测器以及类似任务的测控方案进行了分析与研究。

Richard W. Malmström等指出从月球南极到地球的直接通信路径不存在,讨论了几种从地球到月球南极间建立测控通路的模式,包括低月球极轨道卫星中继、月球冻结轨道卫星中继、拉格朗日点卫星中继以及地球轨道卫星中继等方案^[118]。Kathryn Hamera等提出了一种可升级且比较经济的月球测控通信方法,通过在地月系平动点L1与L2附近的Halo轨道上布设小卫星,实现星座中继通信;指出最初的星座可用于对月球南极地区的测控中转,并可较容易的将覆盖范围扩大至月球全球;最终通过在L1 Halo轨道上的两颗卫星和L2 Halo轨道上的两颗卫星,可以实现对月球全球的连续测控^[119]。此外,文献[120]~[121]对特定任务的月球轨道器的测控与轨道确定问题进行了研究。

因美国早已在全球范围内建成深空测控网,可以对深空目标实现不间断测控。因此国际上相关领域的研究趋向于使用天基设备通过中继手段实现对月球南极或背面等地面不可见目标的测控问题,这一目标对于深空测控能力刚刚起步的中国来讲稍显遥远。国内对于陆基深空站布局方面的研究大都依然遵循美国深空网的布站方式,但并非每一个国家的国情都允许建成全球范围均匀分布的深空测站,因此这种方式应用起来从效果上将会受到影响。在这种困难下,可以考虑从技术角度寻求新的解决途径。

1.2.7 地月空间集群飞行问题

2006年美国科学家提出了分离模块集群航天器的概念后,美国国防高级研究计划局DARPA迅速制定了“F6系统”计划,即“未来、快速、灵活、模块化、自由飞行、通过信息交换实现集成的航天器”,并投入了大量经费进行研究,取得了一定成果。其中O.Brown对分离模块航天器系统上层结构方面进行了系统的研究,提出分离模块航天器系统对“响应空间”这一概念进行了进一步的扩展和延伸^{[122]~[127]}。C.Mathieu等从系统概念与体系结构上对分离模块航天器系统进行了探讨,挖掘出了该系统的诸多优点^{[128]~[130]}。

集群飞行问题上,对于地月空间的集群或编队飞行问题尚没有公开发表的文献,但对于拉格朗日点附近轨道上的编队飞行以及椭圆轨道上的编队飞行研究已经开展。文献[131]分析了国外日地拉格朗日点编队飞行使命,分析了拉格朗日点在深空探测中的战略地位,总结了拉格朗日点编队飞行的关键技术。尹军用,高云峰对Halo轨道上的卫星编队构形进行了研究,利用Richardson关于Halo轨道三阶近似解析解的结果,得到在旋转坐标系中同一Halo轨道卫星编队的相对运动表达式^[132]。

杏建军等对编队卫星的周期性相对运动轨道设计与构形保持方面进行了系统而深入的研究^{[133]~[139]},尤其是对椭圆参考轨道条件下航天器间的周期性相对运动的研究^{[136]~[137]~[139]},为本文提供了重要参考。此外,刘林等^[140]讨论了Hill方程与C-W方程的关系,并研究了摄动变化对卫星编队构形的影响。Pollard以轨道根数差为参数设计了空间圆形编队;David设计了星下点圆形编队;Steven设计了星下点椭圆编队;Schaub等研究了椭圆参考轨道编队卫星相对运动问题,设计了几种运行在椭圆参考轨道的编队构形^{[141]~[150]}。

1.3 论文研究内容与结构安排

1.3.1 论文研究内容

论文围绕载人登月这一任务背景,对与之相关的不同类型轨道进行了分析与设计,并研究了任务的发射窗口问题和地面测控问题,最后对分离模块航天器在地月空间中的集群飞行问题进行了初步探索。论文内容安排如下:

第一章为绪论。概述了载人登月的发展现状,对国内外相关研究进行了综述,给出了本文内容安排。

第二章研究了地月系的特征及其对轨道设计的影响。给出了本文用到的时间与坐标系统。描述了地月系的轨道运动以及月球的自转运动,研究了这些运动产

生的影响—月食与月球天平动。给出了地月系内的引力范围划分方法，通过计算分析了不同划分方法对登月轨道计算的影响。

第三章为软着月任务地月转移轨道设计与发射窗口计算。提出一种改进的地月转移轨道计算解析模型，并与原模型进行对比分析。分别针对无人软着月探测器与载人登月飞船，给出了完整的发射窗口计算方法，在此基础上研究了多种约束下的软着月任务地月转移轨道设计方法。

第四章研究了载人登月月地转移轨道的建模、性质与设计方法。建立了月地转移轨道计算解析模型，以此为基础经大量计算后得出月地转移轨道的一些性质。分别针对载人登月飞船与月球货运飞船，研究了月地转移轨道的设计流程，给出了设计算例。

第五章研究了自由返回轨道与Hybrid轨道设计方法。概述了自由返回轨道与Hybrid轨道的特征，分析了阿波罗13号的标称轨道与故障中止返回轨道。给出了自由返回轨道的计算模型、设计方法与设计算例，并分析了误差传递与轨道参数变化。简要介绍了Hybrid轨道的飞行程序与设计方法，给出了设计算例。

第六章分析了载人登月任务的测控情况。研究了地面站对深空目标的测控几何，提出了将深空站布设于地球两极的方案。分别对三种不同陆基深空站布局方案—境内双站、境内单站南美单站、境内单站南极站对载人登月轨道的测控情况进行了详细的计算和仿真分析，对比了三种方案各自的优劣。

第七章初步探索了地月空间集群飞行问题。概述了集群航天器系统与集群飞行的特点，给出了其应用于地月空间中的飞行任务的研究价值与研究方案。初步研究了双曲线轨道上的航天器相对运动，分析了地月空间无控集群的构形演变规律。

1.3.2 论文结构安排

论文结构安排如图1.6所示。

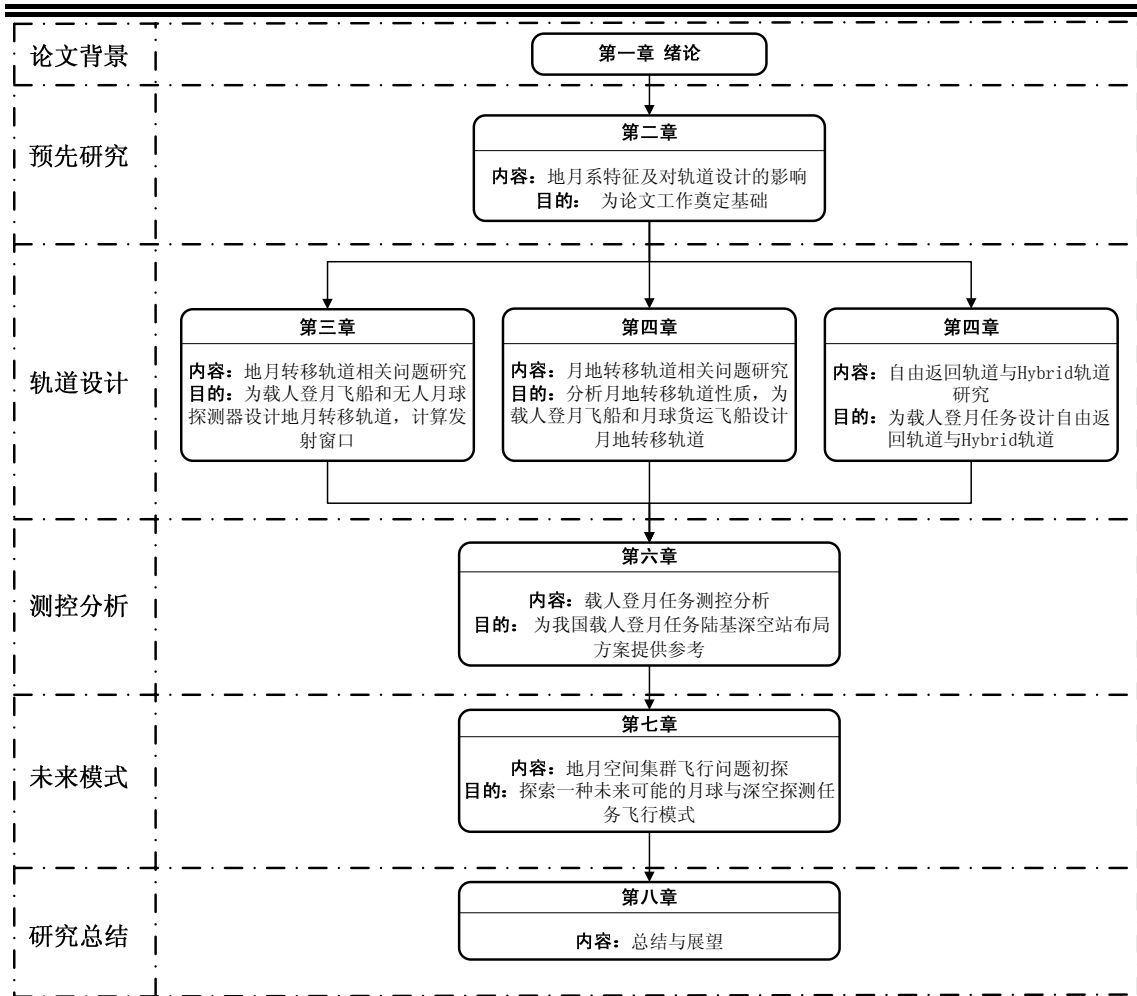


图1.6 论文结构

第二章 地月系特征及其对轨道设计的影响

无论是载人登月飞船还是无人月球探测器，在地月空间运动必然受到地月系的运动、引力等特征的影响，这种影响对于轨道设计来说是不可忽略的。本章首先给出论文所需的时间与坐标系统，然后讨论了地月系运动规律及其影响，最后分析了地月系内部引力范围的不同划分方法及其对轨道计算的影响。

2.1 时间系统与坐标系统

物质存在于时间和空间中。要精确的研究物质的运动，必须先建立适当的度量框架，在此之内将物质的各种运动定量表示。这一框架或者说标准，便是时间系统与坐标系统。因航天领域的研究本身就要求较高的精度，而载人登月工程无论从时间上的精度、空间上的尺度还是时空的复杂度上均又超越了一般的航天活动，因此论文的研究涉及到了较多的时间体系与坐标系统。为了避免在每一章节的研究前逐个介绍所采用的时间与坐标系统，本节把论文中涉及到的相关方面内容整理出来。

2.1.1 时间系统

目前国际上使用的时间系统包括世界时、动力学时、原子时与协调世界时，它们的不同之处在于其计量依据不同的物质运动形式，下面进行简要介绍。

1. 世界时体系

世界时是基于地球自转的时间体系，又称地球自转时。人们最早是以真太阳的周日视运动来计量时间的，称为真太阳时。其后引入假想的参考点平太阳来计量时间，称为平太阳时。以平子夜作为零时的格林尼治平太阳时，称为世界时 UT (Universal Time)。直接由观测得到的世界时用 UT0 表示，UT0 经过极移修正后得到 UT1，UT1 经过季节性变化修正后得到 UT2。对于通常的精度要求采用 UT1 即可^[30]，而对于高精度的要求，即使 UT2 也不能满足，必须寻求更均匀的时间尺度。

2. 动力学时体系

动力学时是基于天体运动的时间体系，它的前身是历书时 ET (Ephemeris Time)。历书时是基于地球公转的以回归年为基准单位的时间体系，因其理论不完善而于 1984 年起被动力学时取代^[30]。动力学时分为两种，一种是质心动力学时 TDB (Barycentric Dynamic Time)，基于天体相对于太阳系质心的运动；另一种是地球动力学时 TDT (Terrestrial Dynamical Time)，基于天体相对地球质心的运

动，现在也称为地球时 TT (Terrestrial Time)。

3. 原子时体系

原子时是基于原子内部电子能级跃迁所辐射电磁波频率的时间体系。国际原子时 TAI (来自法语 Temps Atomique International) 秒长定义为：位于海平面上的铯原子 Cs^{133} 基态的两个超精细能级间在零磁场跃迁辐射振荡 9192631770 周所持续的时间。原子时从 1958 年 1 月 1 日 0 时 UT1 作为起算点，是一个秒长均匀、稳定度很高的时间系统，用作为时间系统的转换纽带。

4. 协调世界时

协调世界时 UTC (Coordinate Universal Time) 是兼顾世界时时刻刻和原子时秒长两者的需要而建立的一种折中的时间标准。根据国际规定，协调世界时的秒长与原子时秒长一致，而时刻上则要求尽量接近世界时。有时需要在协调世界时上增加或减少一整秒以与世界时保持一致，这一技术措施称为闰秒 (或称跳秒, Leap second)，最近的一次闰秒发生在格林尼治时间 2008 年 12 月 31 日。目前国际上有一种呼声提议用每 600 年闰 1 小时代替现行的闰秒措施，是否得以实行预计于 2013 年由全世界科学家投票确定^[151]。

世界大国根据国家利益，以性能优异的原子钟组建立并保持着本国的时间体系，构成国家时间基准，与 UTC 仅有细微的修正值，并参与 UTC 的维持与调整。GPS 时间是美国的一种时间基准，GLONASS 时间是俄罗斯的一种时间基准，北京时是我国的主要时间基准，由位于陕西临潼的国家授时中心维持和发播。各国的时间基准通过 UTC 可以互相比较，它们之间的差别通常很小，在 $10^{-7} \sim 10^{-9}$ s 量级^[107]。后面的论文中如无特殊说明，采用的时间默认为 UTC。

论文研究中涉及到的时间标准主要包括：质心动力学时 TDB，是行星/月球历表和岁差、章动计算的时间变量；地球动力学时 TDT，是月球探测器动力学方程的时间变量；协调世界时 UTC，是地面发射、测量跟踪的时间记录标准；国际原子时 TAI，用来生成最精确的时长标准。下面给出它们之间的常用转换关系：

1. UT0、UT1 和 UTC 之间的转换

$$UT1 = UT0 + \Delta\lambda \quad (2.1)$$

$$UT1 = UTC + \Delta UT1 \quad (2.2)$$

其中， $\Delta\lambda$ 是地极移动所引起的观测站的经度变化改正； $\Delta UT1$ 是协调世界时与世界时 UT1 的差值，由观测决定，IERS (International Earth Rotation Service) 负责综合处理全球各种观测资料，对地球自转参数 ($\Delta UT1$ 和极移量) 进行测定。IERS 每周发布一次公报 A，每月发布一次公报 B。公报 A 给出 $\Delta UT1$ 和极移量的近似值和预报值，公报 B 给出它们的事后处理的最终结果。当 $\Delta UT1$ 的绝对值大于 0.9s 时，便需要进行前面所述的闰秒。

2. TAI 和 UTC 之间的转换

TAI 和 UTC 之间的差别为整数秒，即累积的闰秒 Leap Second

$$\text{TAI}=\text{UTC}+\text{Leap Sec} \quad (2.3)$$

3. TDT 和 TAI 之间的转换

地球动力学时 TDT 建立在国际原子时基础上，它与原子时 TAI 的差值为常数。

$$\text{TDT}=\text{TAI}+32.184^{\text{s}} \quad (2.4)$$

4. TDB 和 TDT 之间的转换

二者之差的改正数是由于相对论效应引起的，这两种时间基准的转换关系截取到 10^{-3} 秒量级，有

$$\text{TDB}=\text{TDT}+0.^{\text{s}}0017\sin l' \quad (2.5)$$

其中， l' 为太阳偏近点角。由此可见，TDT和TDB之间的差别不超过2ms。在计算行星/月球历表和岁差章动时，时间变量也可使用TDT。

2.1.2 坐标系统

1. J2000.0 地心平赤道坐标系

该坐标系是最为常用的惯性坐标系，也称为地心天球坐标系。当登月飞船在地球附近运动，或主要受地球引力作用，可采用该坐标系描述飞船的轨道动力学方程。文中用 $O-X_t Y_t Z_t$ 表示地心天球坐标系，坐标原点位于地心，基本平面平行于地球的J2000.0平赤道， X 轴指向J2000.0平春分点， Z 轴指向J2000.0平天极。该坐标系在全文中均有使用。

2. 地固坐标系

该坐标系与地球固连，是一个常用的动坐标系，地球引力场与地面点位置均基于此坐标系，用 $O-X_b Y_b Z_b$ 表示，坐标原点位于地心，基本平面是与地心和CIO (Conventional International Origin, 即国际习用原点，它是由1900~1905年期间地极的平均位置定义的)连线正交之平面， X 轴指向参考平面与格林威治子午面的交线方向， Z 轴指向地球自转轴北极。在论文第三章中分析飞船发射窗口问题以及第六章中研究地面深空站布设问题时均使用到了地固坐标系，另外各章节中涉及到飞船星下点轨迹处也使用了该坐标系。

3. 地心白道坐标系

该坐标系是为了便于研究地月空间中运动的几何关系而自定义的一个惯性坐标系，用 $O-x^l y^l z^l$ 表示。坐标原点位于地心，其基准平面为某一时刻 t_0 的白道面， X 轴在 t_0 时刻由月心指向地心， Z 轴沿 t_0 时刻月球公转的动量矩方向。结合该坐标系与下文的月心白道坐标系，可以很好的简化飞船或探测器在地月空间中运动时相对地月的位置变化，在论文第三章的登月飞船转移轨道解析模型中以及第四章

中研究飞船发射窗口与月球经度天平动的关系时用到了该坐标系。

4. 月心天球坐标系

该坐标系为惯性坐标系，其基准平面和指向均与地心天球坐标系相同，不同的是原点移到了月心，用 $O_L - x_L y_L z_L$ 表示。该坐标系主要用于地心坐标系和月心坐标系间平移转换。

5. J2000.0 月心平赤道坐标系

J2000.0 月心平赤道坐标系是为研究月球附近的运动而自定义的一个惯性坐标系，用 $O_L - x_{LM} y_{LM} z_{LM}$ 表示，如图 2.1 所示。其原点为月心，参考平面是历元 J2000.0 时刻的月球平赤道面， x 轴通过 J2000.0 平春分点在参考平面上的投影， z 轴指向该时刻月球自转动量矩方向。在论文第三、四、五章对探测器在月球附近的运动进行分析时，使用了月心平赤道坐标系。

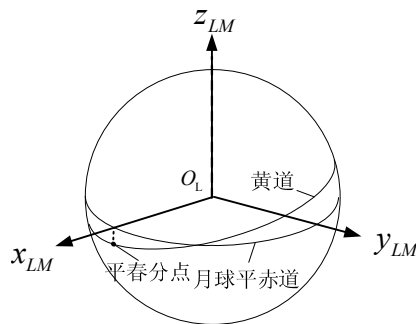


图2.1 J2000.0月心平赤道坐标系

6. 月固坐标系

真实的月球并非正球体，而是一个三轴椭球体，月固坐标系 $O_L - x' y' z'$ 的三轴便是这个椭球体的三轴。原点为月心，参考平面是月球赤道面， $O_L x'$ 轴为椭球体的长轴，通过月面上的 Sinus Medii； $O_L z'$ 轴沿月球自转动量矩方向，是椭球体的短轴； y' 轴与二者构成右手系。论文中使用的月理经纬度定义在月固坐标系中，北纬为正，南纬为负，东经为正，西经为负。论文第三、四、五章中对月球探测器的运动分析涉及到月面点时，使用了月固坐标系。

7. 月心白道坐标系

月心白道坐标系的坐标轴指向与地心白道坐标系相同，只是将原点平移到月心，该坐标系用 $O_L - x^l y^l z^l$ 表示。在论文第三章中飞船转移轨道解析模型中以及第四章中发射窗口与月球经度天平动的关系问题中用到了该坐标系。

8. VNC(Velocity-Normal-Co-normal)坐标系

VNC 坐标系用 $O_S - VNC$ 表示，其原点在航天器质心， V 轴指向速度矢量方向， N 轴指向轨道面法向方向， C 轴与二者垂直构成正交系。根据参考中心体不同，它又可分为地心 VNC 和月心 VNC 等。论文第五章中分析 Hybrid 轨道变轨问题时使

用了该坐标系。

上述坐标系之间的转换关系参见附录 A。

2.2 地月系的运动

由地球与月球构成的行星-卫星系统称为地月系。广义上讲，地月系的运动包括地月系质心的运动（常被称为地球的公转），地月系统绕质心的运动（常被称为月球的公转）以及地球、月球绕各自质心的运动（地球、月球的自转）。其中地月系质心的运动与地球的自转并非论文研究内容，不作介绍。地月系统绕质心的运动与月球的自转分别通过其导致的现象——月食与月球天平动，从一定程度上影响地月空间中的人类活动。在本文第三章中研究软着陆任务发射窗口问题时，需要考虑月食与月球天平动的影响，因此在本节中对相关问题进行讨论。

2.2.1 地月系统绕其质心的运动

和太阳系中的其它行星-卫星系统相比，地月系比较特殊，因为地球和月球质量非常接近，类似于双行星系统。在近似研究月球的公转运动时，将月球和地球看作质点，并且它们彼此之间只有相互的引力作用，构成地月二体系统。在惯性坐标系内观察，这个二体系统的公共质心绕太阳公转，月球和地球又分别绕公共质心转动。公共质心在地月质心连线上，距地心 4671km，距月心 379729km，如图 2.2 所示。绕公共质心旋转的周期为 27.32 恒星日。

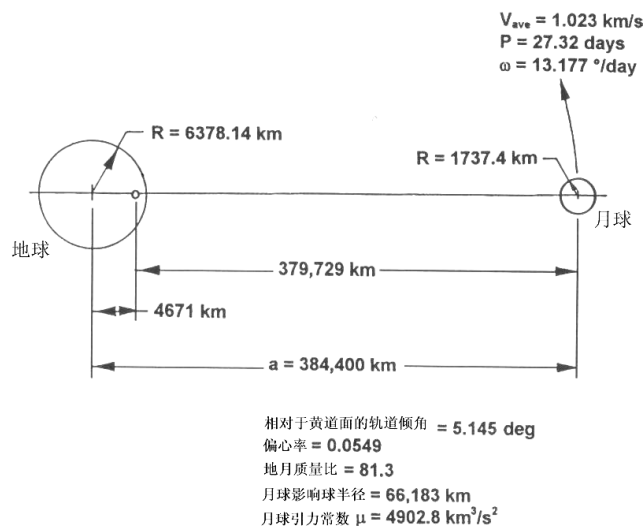


图2.2 地月轨道特征

可以用 6 个轨道根数描述月球相对于地球的轨道运动，分别为：半长轴 \bar{a}_l 、

偏心率 \tilde{e}_L 、轨道倾角 \tilde{i}_L 、升交点黄经 $\tilde{\Omega}_L$ 、近地点黄经 $\tilde{\Gamma}_L$ 、历元时刻月球的平黄经 \tilde{L}_L 。其中，轨道倾角为白道面相对黄道面的倾角，近地点黄经为首先沿黄道从春分点量至升交点，然后再沿白道量至月球近地点的角度之和；月球的平黄经为首先沿黄道从春分点量至升交点，然后再沿白道量至月球的平位置的角度之和。

若在地月二体系统中只考虑两者之间相互的引力作用，则 6 个轨道根数应为常数。但实际上二体系统还会受到一些摄动力的作用，在摄动力中主要是太阳的引力，其它还有行星的摄动力等，使轨道根数不是常数，其数值随时间不断变化。地月系统其质心运动所受的主要摄动影响为：

(1) 半长轴 \tilde{a}_L 的变化。半长轴的平均值为 384400km，椭圆轨道的近地距平均值为 363300km，远地距平均值为 405500km。

(2) 偏心率 \tilde{e}_L 的变化。偏心率的平均值为 0.0549，由于摄动作用，每隔 31.8 天就出现小的周期变化，变化范围为 0.0435~0.0667。

(3) 倾角 \tilde{i}_L 的变化。倾角的平均值为 $5^{\circ}09'$ 。由于摄动作用，倾角的实际值在 $4^{\circ}57' \sim 5^{\circ}19'$ 之间变动。经计算，2010 年到 2030 年间地月轨道面相对 J2000.0 平黄道面的倾角如图 2.3 所示，图中 20 年时间内 \tilde{i}_L 经历了 42 个周期，可知 \tilde{i}_L 变化的平均周期约为 174 天。

(4) 近地点运动。近地点沿月球公转方向运动，每 8.85 年运动一周。

(5) 交点西退。升交点在空间的位置不是固定的，而是不断沿黄道向西退行，每年西退 $19^{\circ}21'$ ，每 18.6 年运动一周。

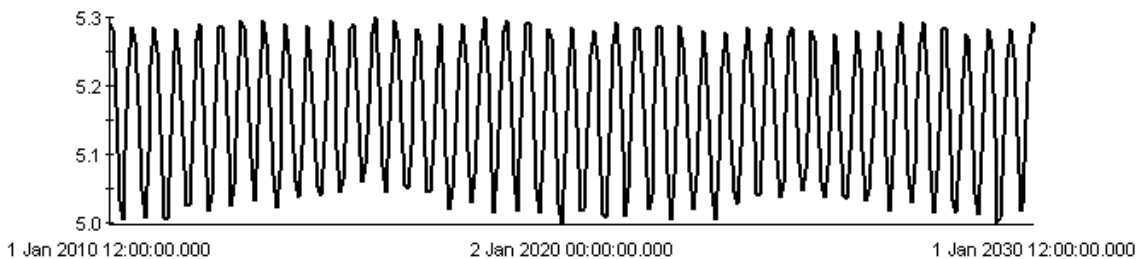


图2.3 地月轨道平面倾角变化曲线

白道、黄道和地球赤道的相互关系如图 2.4 所示，其中 Υ 为春分点、 \tilde{N}_L 为白道相对于黄道的升交点， ε_0 为黄道相对于地球赤道的夹角（即黄赤交角）。

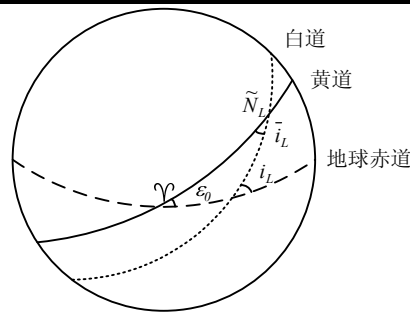


图2.4 白道、黄道和地球赤道的相互关系

由图 2.4 可知，由于交点西退将引起白道与地球赤道的夹角 i_L 发生变化。如不考虑白道相对黄道的倾角 \tilde{i}_L 的变化，当升交点与春分点重合时，白道与地球赤道之间的夹角达到最大值： $23^{\circ}27'+5^{\circ}09'=28^{\circ}36'$ ；当降交点与春分点重合时，白道面与地球赤道面之间的夹角达到最小值 $23^{\circ}27'-5^{\circ}09'=18^{\circ}18'$ 。2010 年到 2030 年间地月轨道面相对 J2000.0 地球平赤道面的夹角如图 2.5 所示，从图中可以看出 i_L 在 $18^{\circ}08' \sim 28^{\circ}44'$ 之间变化，与上述数据的差异主要来自 \tilde{i}_L 受摄动产生的微小变化。从图 2.5 中还可知 i_L 变化的长周期为 18.6 年，这一数值与前面所述月球轨道的升交点西退周期相吻合。

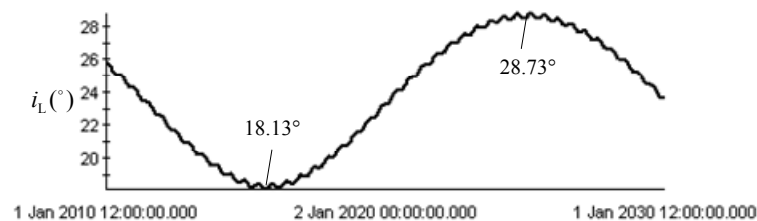


图2.5 白道与地球赤道面的夹角变化图

月球绕地球运动周期的长短与计算周期所选用的基准有关，具体为

(1) 恒星月：以恒星位置为基准的周期，即地月连线连续两次指向同一恒星所经过的时间。这一周期也就是月球绕地球旋转 360° 所用的时间，恒星月的平均长度为 27.32166 平太阳日。

(2) 朔望月：以太阳位置为基准的周期。月球与太阳的相对位置不同而使观测者所看到的月相不同，其中新月称为朔，满月称为望，在朔望之间为弦。朔望月是月相连续两次相同所经过的时间，例如从新月到新月的周期或从满月到满月的周期，朔望月的平均长度为 29.5306 平太阳日。

(3) 交点月：以月球轨道相对黄道升交点为基准的周期，即月球连续两次通

过黄道升交点所需的时间，经测定其平均周期为 27.21222 平太阳日。

(4) 近点月：以月球轨道近地点为基准的周期，即月球运行从近地点再到近地点的周期，近点月的周期为 27.55455 平太阳日。

(5) 分点月（又称回归月）：以春分点为基准的分点月，即月球黄经连续两次等于春分点黄经所需的时间，其长度为 27.32158 平太阳日。

2.2.2 月食及其发生时刻的一种计算方法

无论是载人登月飞船还是无人月球探测器，无论是环月轨道器还是月球车，通常都需要太阳帆板提供电能以保证设备的正常工作；另外，一部分月面探测设备也需要其探测区域被阳光照射时方能正常工作。当月食发生时，地影覆盖了月球的一部分或者整个月球，这势必对此时正在月面或环月轨道上工作的设备的能源、观测方式以及热控系统产生比较明显的影响。因此，在登月工程总体设计前对月食进行预报并进行合理的回避是有必要的，这也会直接影响发射窗口的选择（参见第三章）。本小节首先配合图形描述了月食发生时的日地月空间关系，然后研究了一种预报月食的近似算法，给出了算例并进行了比对验证。

2.2.2.1 月食概述

月食的原理是在阳光照射下，地球在背向太阳的方向会有一条阴影，称为地影。当地影扫过月面时，就产生了月食。如果黄道与白道所在平面重合，则每逢望日（农历十五或十六）必有月食发生。但是黄道和白道是以约5度的角度倾斜相交的，因此在大多数望日，月球在黄道之南或北通过，所以并非经常有月食形成。仅当太阳位于黄白两道的两个交点附近，又恰逢望日，月食才可能发生。

当月亮的一部份进入地球本影时，处在地影中的月面部分将变暗，就是月偏食；当月亮整个进入地球本影时，整个月轮将显得暗淡，就是月全食；若月亮仅是进入地球的半影，称为半影月食，这时月亮的亮度减弱很小，肉眼察觉不到，但太阳辐射的强度变弱对于科学探测任务还是会产生影响的。月食发生时，本来满足光照条件的时段可能会因为地球阴影的遮挡而变得不满足约束。

2.2.2.2 月食发生时的日地月空间关系

一次完整的月全食包括七个关键点，分别是：半影食始，初亏，食既，食甚，生光，复圆，半影食终。示意图如下：

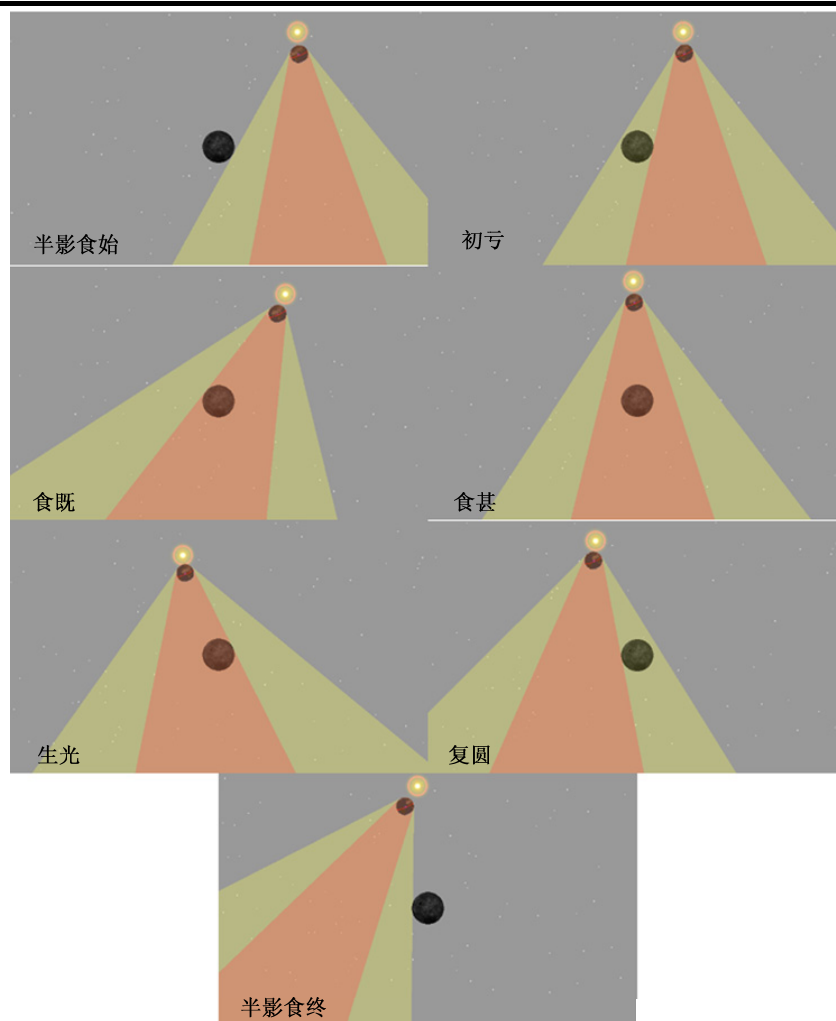


图2.6 月食发生时的日地月空间关系

- 1) 月球自西向东运动，当它的东边缘与地球的半影西边缘相切时，称作“半影食始”。
- 2) 当月球的东边缘与地球的本影西边缘相切时，称作“初亏”。这是通常意义下的月食的开始。
- 3) 当月球的西边缘与地球的本影西边缘相切时，称作“食既”。这时整个月面全部被遮挡，是月全食的开始。
- 4) 当月球中心距地影中心（即日地连线）最近时，称作“食甚”。
- 5) 月球的东边缘和地球本影的东边缘相切时，称作“生光”。此时全食结束，月球开始恢复亮度。
- 6) 月球的西边缘与地球本影的东边缘相切时，称作“复圆”。在肉眼看来月球已经完全恢复正常亮度，通常意义下的月食结束。
- 7) 月球的西边缘与地球半影的东边缘相切时，称作“半影食终”。至此，整个月食过程全部结束。

2.2.2.3 一种月食时刻的近似计算方法

1. 月食发生时的几何关系

1) 半影月食

图2.7为半影月食即将发生时的日地月几何关系。S为太阳，E为地球，M为月亮。此时月亮刚好与地球的半影边缘相切，我们需要计算的是月地矢量与月日矢量的夹角 d 。

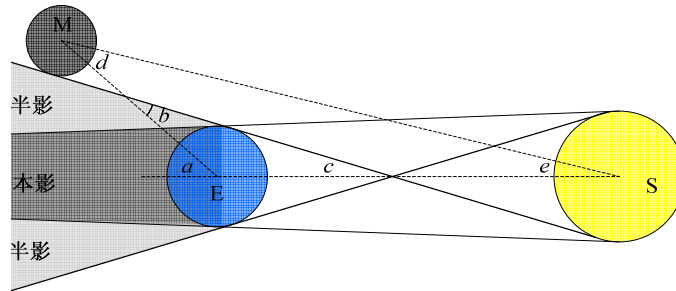


图2.7 半影食始几何图

假设太阳半径 $R_s = 7 \times 10^5 \text{ km}$ ，地球半径 $R_E = 6378 \text{ km}$ ，月球半径 $R_M = 1738 \text{ km}$ ；日地距 $ES = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ ，月地距 $ME = 3.8 \times 10^5 \text{ km}$ 。

由图中几何关系可得：

$$b \approx \sin b = \frac{R_M + R_E}{ME} = 0.0214 \text{ rad} \quad (2.6)$$

$$c \approx \sin c = \frac{R_s + R_E}{ES} = 0.0047 \text{ rad} \quad (2.7)$$

$$a = b + c = 0.0261 \text{ rad} \quad (2.8)$$

由余弦定理

$$MS = (ME^2 + ES^2 + 2 \cdot ME \cdot ES \cdot \cos a)^{\frac{1}{2}} = 150384269 \text{ km} \quad (2.9)$$

由正弦定理

$$d_1 \approx a \cdot \frac{ES}{MS} = 0.0260 \text{ rad} = 1.492^\circ \quad (2.10)$$

2) 月偏食

图 2.8 为月偏食即将发生时的日地月几何关系。

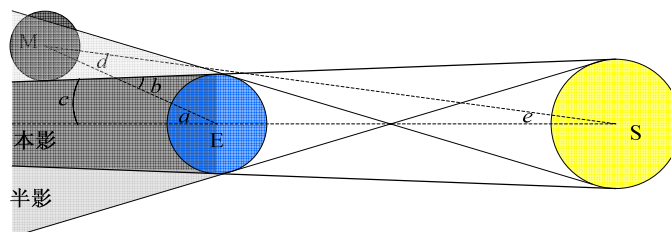


图2.8 初亏几何图

仍然采用上面的假设，由相似的几何关系，可得

$$b \approx \sin b = \frac{R_M + R_E}{ME} = 0.0214 \text{ rad} \quad (2.11)$$

$$c \approx \sin c = \frac{R_S - R_E}{ES} = 0.0046 \text{ rad} \quad (2.12)$$

$$a = b - c = 0.0168 \text{ rad} \quad (2.13)$$

$$MS = (ME^2 + ES^2 + 2 \cdot ME \cdot ES \cdot \cos a)^{\frac{1}{2}} = 150384345 \text{ km} \quad (2.14)$$

$$d_2 \approx a \cdot \frac{ES}{MS} = 0.01676 \text{ rad} = 0.960^\circ \quad (2.15)$$

3) 月全食

图 2.9 为月全食即将发生时的日地月几何关系。为表述清晰，将图形进行了调整。

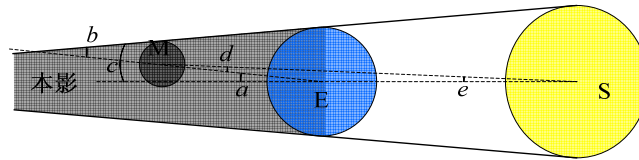


图2.9 食甚几何图

仍然有类似关系：

$$b \approx \sin b = \frac{R_E - R_M}{ME} = 0.0122 \text{ rad} \quad (2.16)$$

$$c \approx \sin c = \frac{R_S - R_E}{ES} = 0.0046 \text{ rad} \quad (2.17)$$

$$a = b - c = 0.0076 \text{ rad} \quad (2.18)$$

$$MS = (ME^2 + ES^2 + 2 \cdot ME \cdot ES \cdot \cos a)^{\frac{1}{2}} = 150384389 \text{ km} \quad (2.19)$$

$$d_3 \approx a \cdot \frac{ES}{MS} = 0.00758 \text{ rad} = 0.434^\circ \quad (2.20)$$

2. 月食的预报

经过上述分析，我们就将月食发生的条件转化为了月地矢量与月日矢量的夹角 d 是否小于临界角的问题。由式(2.10)、(2.15)与(2.20)可知

$$\begin{cases} d \leq 0.434^\circ & \text{月全食} \\ 0.434^\circ < d \leq 0.960^\circ & \text{月偏食} \\ 0.960^\circ < d \leq 1.492^\circ & \text{半影月食} \end{cases} \quad (2.21)$$

为了得到夹角 d ，我们可以采用如下步骤：

1) 查月球/行星历表得到月球在地心惯性坐标系中的位置矢量 r_M^E ，地球在太阳系质心坐标系中的位置矢量 r_E^S 。

2) 将上述二矢量平移和相加，可以分别得到地球和太阳在月心惯性坐标系中的位置矢量 r_E^M 、 r_S^M 。

3) 根据 r_E^M 和 r_S^M , 简单计算即可得到夹角 d 。

3. 误差分析

上面所述算法的误差主要来自于对地月距以及日地距的近似。实际上, 地月距离 ME 从约 $3.6 \times 10^5 \text{ km}$ 到约 $4 \times 10^5 \text{ km}$ 间变化, 这会给前面计算的半影月食临界角 d_1 及月偏食临界角 d_2 带来最大至 0.07° 的误差, 给月全食临界角 d_3 带来最大至 0.04° 的误差; 其次, 日地距离 ES 从约 $1.47 \times 10^8 \text{ km}$ 到约 $1.53 \times 10^8 \text{ km}$ 之间变化, 这会给 d_1 带来最大至 0.006° 的误差, 相比地月距离变化带来的误差小一个量级, 此处可忽略不计; 另外, 地球的非球形、地球大气的折射等均可带来一定误差, 此处也不作分析。考虑误差后, 式(2.21)应改作:

$$\begin{cases} d \leq 0.43^\circ + \Delta d_3 & \text{月全食} \\ 0.43^\circ + \Delta d_3 < d \leq 0.96^\circ + \Delta d_2 & \text{月偏食} \\ 0.96^\circ + \Delta d_2 < d \leq 1.49^\circ + \Delta d_1 & \text{半影月食} \end{cases} \quad (2.22)$$

其中, $-0.07^\circ \leq \Delta d_1 \leq 0.07^\circ$, $-0.07^\circ \leq \Delta d_2 \leq 0.07^\circ$, $-0.04^\circ \leq \Delta d_3 \leq 0.04^\circ$ 。具体计算时如需要较高精度, 应将公式中的地月距和日地距用查历表得到的真实距离来代替。

4. 算例

以 2007 年为例, 首先以 1 小时为步长生成全年的 d 角数据。通过对 d 角全年数据的分析, 发现 3 月 3 日附近 d 角达到 1° 附近, 因此判断此时应有一次月食(此后还有数次, 在此不作分析)。将步长缩短至 1 分钟, 生成 3 月 3~4 日的的数据, 如表 2.1 所示(表中只截取了我们关心的数据)。

表 2.1 2007 年 3 月 3~4 日的 d 角

时间 (UTC)	d 角 ($^\circ$)	时间 (UTC)	d 角 ($^\circ$)
3 Mar 2007 20:20:00.00	1.425230	3 Mar 2007 23:23:00.00	0.287290
3 Mar 2007 20:21:00.00	1.417697	⋮	
3 Mar 2007 20:22:00.00	1.410165	3 Mar 2007 23:55:00.00	0.384859
⋮		3 Mar 2007 23:56:00.00	0.390014
3 Mar 2007 21:31:00.00	0.897227	3 Mar 2007 23:57:00.00	0.395252
3 Mar 2007 21:32:00.00	0.889948	⋮	
3 Mar 2007 21:33:00.00	0.882675	4 Mar 2007 01:10:00.00	0.880179
⋮		4 Mar 2007 01:11:00.00	0.887437
3 Mar 2007 22:46:00.00	0.396635	4 Mar 2007 01:12:00.00	0.894702
3 Mar 2007 22:47:00.00	0.391374	⋮	
3 Mar 2007 22:48:00.00	0.386194	4 Mar 2007 02:22:00.00	1.413887
⋮		4 Mar 2007 02:23:00.00	1.421398
3 Mar 2007 23:21:00.00	0.287137	4 Mar 2007 02:24:00.00	1.428911
3 Mar 2007 23:22:00.00	0.287111	⋮	

3月3日22时月地距为402088km, 对应的误差为

$$\begin{cases} \Delta d_1 = -0.07^\circ \\ \Delta d_2 = -0.07^\circ \\ \Delta d_3 = -0.04^\circ \end{cases} \quad (2.23)$$

因此有

$$\begin{cases} d \leq 0.39^\circ & \text{月全食} \\ 0.39^\circ < d \leq 0.89^\circ & \text{月偏食} \\ 0.89^\circ < d \leq 1.42^\circ & \text{半影月食} \end{cases} \quad (2.24)$$

将式(2.24)与表2.1中数据结合起来分析, 便可得到2007年3月3日的月全食时序, 如表2.2所示。

表2.2 2007年3月3日月全食时序

月食过程	预报时刻 (UTC)					实际发生时刻 (UTC)				
	年	月	日	时	分	年	月	日	时	分
半影食始	2007	3	3	20	21	2007	3	3	20	18
初亏	2007	3	3	21	32	2007	3	3	21	30
食既	2007	3	3	22	47	2007	3	3	22	44
食甚	2007	3	3	23	22	2007	3	3	23	21
生光	2007	3	3	23	56	2007	3	3	23	57
复圆	2007	3	4	1	11	2007	3	4	1	11
半影始终	2007	3	4	2	23	2007	3	4	2	23

5. 对算例的验证

表2.2中还给出了月食结束后观测给出的月食实际发生时序, 将其与预报所得的时序对比可见数据基本一致。其中, 半影食始与食既时刻的误差最大, 但也仅有3分钟, 其余时刻误差均在2分钟以内。因此可以验证本小节中月食计算方法不仅正确, 而且具有一定的精度保证。

2.2.3 月球的自转运动与天平动

1. 卡西尼定则

月球在绕地球公转的同时还有相对其质心的自转运动, 1693年法国天文学家卡西尼(Cassini)通过长期观测总结出月球自转遵循三个经验定则, 被称为卡西尼定则, 即

(1) 月球的自转轴垂直于月球赤道; 旋转周期严格等于月球绕地球公转的恒星月平均长度。

(2) 月球赤道与黄道的倾角 \tilde{i}_L 为常数, $\tilde{i}_L=1^{\circ}32'32''.7$ 。

(3) 月球赤道面、黄道面和白道面三者交于同一条线, 且黄道面位于中间。白道相对于黄道的降交点与月球赤道相对于黄道的升交点重合。

月球的自转周期与其公转的恒星周期相吻合并不是偶然现象, 而是月球的长轴对着地球的必然结果, 因为这样的形状会造成一个力矩, 使月球的长轴与其向径趋向于重合。除此之外的两条定律实际上是近似的, 倾角 \tilde{i}_L 会有极小幅度的变化, 月球赤道面同黄道面和白道面的交点也并非严格重合, 这些微小的偏离造成了月球的物理天平动。

2. 月球的天平动

地球上的观测者所看到的月球表面会有小幅度的变化, 这种现象称作月球天平动, 下面简称天平动。天平动包括物理天平动与光学天平动: 物理天平动是月球真正的摆动, 其幅度较小; 光学天平动又称几何天平动, 主要由观测者与月球相对位置关系变化引起, 具体又可分为周日天平动、纬度天平动与经度天平动。下面对几种天平动分别进行介绍。

1) 物理天平动

物理天平动是月球本身具有的一种摆动, 物理天平动幅度很小, 通常不超过 0.04° 。这种天平动有多种周期摆动分量, 是一个非均匀球体自转运动在外力矩作用下的结果。由于物理天平动, 月球的实际自转状态与上述卡西尼定则所描述的理想状态有差异, 可以将卡西尼定则看做月球平均自转的结果。物理天平动现象引起月球赤道在空间的摆动, 这将对环月轨道器的运动产生影响, 但因其量级甚微, 论文中不做研究, 深入的分析可参见文献[152]。

2) 周日天平动

月球与地球的距离较近, 对于地球上不同地点的观测者能产生较大的周日视差, 这种视差效应就造成了周日天平动的效果, 也称为视差天平动, 幅度约为 1° 。

3) 纬度天平动

因月球自转轴垂直于月球赤道面而不垂直于白道面, 导致月球的可见面在纬度方向产生摆动, 就是纬度天平动, 其幅度等于月球赤道与白道的夹角 $6^{\circ}41'$, 摆动周期为交点月。

4) 经度天平动

月球的公转与自转的平均周期是相同的, 月球的自转速度几乎不随时间变化, 但公转轨道是一个偏心率平均约为 0.055° 的椭圆, 使得月球的公转速度有时超过, 有时又落后于月球的自转速度, 这就是经度天平动的起因, 其周期为近点月。

3. 经度天平动的影响与计算方法

经度天平动的形成原因如图2.10所示。根据卡西尼第一定律可知，月固坐标系的X轴平均指向对准地心，但在经度天平动与纬度天平动的作用下，地心在月球表面的投影不再是一个固定点，而是随时间变化的轨迹，如图2.11与图2.12所示。其中，图2.11是2012年10月1日到2013年10月1日中，地心在月固坐标系中的位置变化，横坐标为月理经度，纵坐标为月理纬度；图2.12是相同的时间段内，地心的月理纬度与月理经度随时间的变化曲线，深色线条为月理纬度，浅色线条为月理经度。由于交点月与近点月的长度不同，图2.11中的曲线并不闭合。

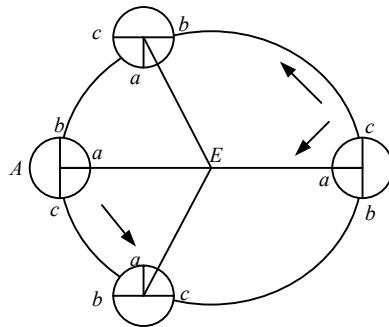


图2.10 经度天平动示意图

经度天平动是几何天平动的一种，几何天平动来自视觉差，并非月球的真实运动，因此通常认为其对于人类的月球探测活动不会造成影响。但是对于将要执行软着陆任务的月球探测器来说，月球本体自转与公转运动的非同步性造成着月点与探测器轨道面间的空间相对位置关系的变化也趋于不均匀，导致探测器的绕月运行时间会受到月球经度天平动的影响，并借此影响了探测器发射、入轨、转移与制动等飞行过程中的一系列时间历程。这将直接影响到发射窗口的计算与发射时刻的选择，具体参见第三章。

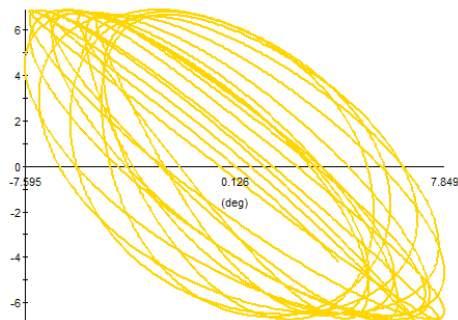


图2.11 一年内地球的月面投影轨迹

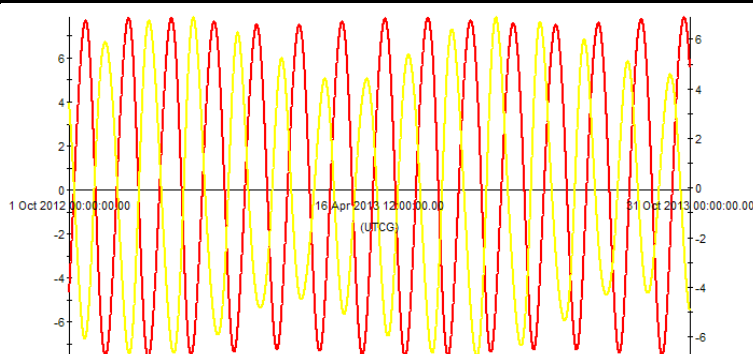


图2.12 一年内地球的月理经纬度

经度天平动的幅度可用地心在月固坐标系中的经度，即月理经度 $\delta\lambda$ 的大小表示，这个量也是后面计算探测器绕月运行时间时我们所关心的。根据空间几何关系有

$$\delta\lambda = \arctan\left(\frac{r_{EY}}{r_{EX}}\right) \quad (2.25)$$

$$\mathbf{r}_E = \mathbf{M} \cdot \mathbf{r}'_E \quad (2.26)$$

$$\mathbf{r}'_E = -\mathbf{r}_L \quad (2.27)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_Z(u_L)\mathbf{R}_X(i_L)\mathbf{R}_Z(\Omega_L) \quad (2.28)$$

其中， \mathbf{r}_E 是地球在月固坐标系中的位置矢量， r_{EX} 、 r_{EY} 分别是其X、Y方向上的分量； \mathbf{r}'_E 是地球在月心天球坐标系中的位置矢量， \mathbf{r}_L 是月球在地心天球坐标系中的位置矢量； \mathbf{M} 是从月心天球坐标系到月固坐标系的旋转矩阵， $\mathbf{R}_Z(\cdot)$ 、 $\mathbf{R}_X(\cdot)$ 分别是绕Z轴和X轴旋转固定角度的旋转矩阵， u_L 、 i_L 、 Ω_L 是旋转矩阵的三个欧拉角。 \mathbf{r}_L 、 u_L 、 i_L 、 Ω_L 可看做时间的函数，使用解析法可以获得，解析公式可参阅文献[30]；也可查历表获得更加精确的值，经常使用的历表是JPL DE403/LE403与DE405/LE405。

2.3 地月系内的引力范围划分及其影响

对于限制性三体问题，有时可采用二体问题对其进行简化，这时需要为二体问题的适用范围给一个大致的界限。对质量为 P 的航天器受大质量 M 和小质量 m 的两个天体的引力问题，在精度要求不高的情况下可近似成两个二体系统，即当 P 运动在 M 附近时，认为 P 与 M 构成一个二体系统；当 P 运动在 m 附近时，认为 P 与 m 构成一个二体系统。对两个二体问题的边界的划分，一般采用以小天体 m 质心为球心， ρ 为半径的球面来简化，这个球称为 m 的引力范围（gravitational sphere）。在采用二体拼接法对月球任务轨道进行初步计算时，基于不同引力范围得出的轨道计算结果必然是不同的，针对这一问题，文献[50]提出过疑问，而文献[106]则直接采用了不同寻常的引力范围边界定义方式。但是这些不同的引力范围定义方

法间到底区别在哪里，对于轨道设计与计算来说哪一种是最优的呢？上述文献中并未对这一问题进行研究，本节的研究内容可以较好的解释这一疑问。

2.3.1 引力范围的定义方法

根据不同的出发点和需要，存在多种引力范围的定义方式，此处选出具有代表性的三种，下面分别给出其近似计算方法。

一、 引力范围

以M和m对P的直接引力大小作为标准，在m的引力范围内，m的引力大于M的引力，在m的引力范围外，m的引力小于M的引力。m的引力范围半径近似为

$$\rho_1 = R \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

其中R为m与M间的距离。这一范围就是通常讲的引力范围(gravitational sphere)。

二、 希尔范围

以平面圆形限制性三体问题的拉格朗日特解 L_1 到小天体m中心的距离作为引力范围的半径，近似取为

$$\rho_2 = R \left(\frac{m}{3M} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.30)$$

这种引力范围又称希尔范围(Hill gravitational sphere)，它表征了小天体的卫星稳定的活动区域。

三、 作用范围

以M和m对P的摄动力与引力之比作为标准，在m的引力范围内，以m作为中心天体，M作为摄动天体，在m的引力范围外，以M作为中心天体，m作为摄动天体。m的引力范围半径近似取为

$$\rho_3 = R \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{2}{5}} \quad (2.31)$$

这种引力范围又称作用范围(sphere of activity)，因该定义为拉普拉斯给出，故又被称为拉普拉斯影响球，简称影响球(sphere of influence)。

2.3.2 不同的引力范围对登月轨道计算的影响

设地月距离为384400km，月球与地球质量比为1/81.3，则可得到地月系中月球的三种引力范围的近似半径，如表2.3所示。

表 2.3 月球的三种引力范围近似半径

定义方式	引力范围	希尔范围	影响球
半径 (km)	4.3×10^4	6.2×10^4	6.6×10^4

这三种引力范围虽然都是近似值，但相差较大，尤其是引力范围与影响球的尺度差别达到了30%。在登月轨道以及行星探测轨道的设计过程中，初步的设计常忽略其他摄动力，使用二体轨道拼接法进行快速的设计。对于月球任务轨道的初步计算，拼接点选在这三种引力范围边界上会有多大的差别呢？下面通过算例进行定量比较。

在算例中，选择一条从地面200km高入轨，考虑了地球与月球两者的中心引力，忽略了其他摄动力的地月转移轨道作为标称轨道。该轨道在地心天球坐标系下的初始轨道根数与初始位置速度分别如表2.4和表2.5所示。

表 2.4 地月转移轨道初始轨道根数

历元	$a(km)$	e	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$f(^{\circ})$
4 Aug 2013 15:50:00.00	206206.9	0.96810	28.5	163.9	184.3	0

表 2.5 地月转移轨道初始状态参数

$X(km)$	$Y(km)$	$Z(km)$	$V_x(km/s)$	$V_y(km/s)$	$V_z(km/s)$
6422.6	-1401.6	-235.4	1.8657	9.4222	-5.1962

另外的三条二体拼接的地月转移轨道，对应的拼接点分别在引力范围、希尔范围、影响球的边界上，我们分别称之为轨道一、轨道二、轨道三。这三条轨道采用与表2.4和表2.5中相同的初始状态，采用二体拼接法将轨道推算至近月点，将计算得到的近月点处的轨道根数和状态参数与标称轨道作比较，得到表2.6与表2.7。注意，近月点处的轨道根数与状态参数表示在月心平赤道坐标系中，表2.7中R为月心距，V为近月点速度。

表 2.6 标称轨道与拼接轨道的近月点轨道根数

	历元	$a(km)$	e	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$f(^{\circ})$
标称轨道	9 Aug 2013 08:52:41.77	-6357.9	1.5934	165.76	249.19	111.99	0
轨道一	9 Aug 2013 11:56:49.58	-8533.9	1.5510	168.50	245.50	108.43	0
轨道二	9 Aug 2013 11:30:50.91	-7751.8	1.6048	168.64	245.35	107.04	0
轨道三	9 Aug 2013 11:27:18.31	-7671.9	1.6146	168.72	245.25	106.67	0

表 2.7 标称轨道与拼接轨道的近月点状态参数

	$X(km)$	$Y(km)$	$Z(km)$	$V_x(km/s)$	$V_y(km/s)$	$V_z(km/s)$	$R(km)$	$V(km/s)$
标称轨道	-2667.3	2525.4	860.2	1.2278	1.3544	-0.1691	3772.6	1.8358
轨道一	-3361.5	3165.7	889.4	1.1014	1.1984	-0.1028	4702.4	1.6309
轨道二	-3421.0	3081.6	882.8	1.0892	1.2364	-0.0953	4688.2	1.6505
轨道三	-3457.0	3082.8	883.4	1.0824	1.2403	-0.0925	4715.4	1.6488

从表2.6与表2.7中可以看出，三条拼接轨道与标称轨道的近月点轨道根数与状态均有一定差别，其中尤以轨道历元（即飞行时间）、半长轴和近月距等参数差

别较大。需要说明的是，为了便于分析该问题，本算例中的标称轨道也仅仅考虑了地月双中心体的引力作用，其他扰动并未加以计算。如果标称轨道考虑全部摄动因素，那么三条拼接轨道将会存在更大的误差。这从一定程度上说明二体轨道拼接法在计算地月空间中的转移轨道时的误差是较大的，造成这一现象的主要原因在于地月间的距离相对较小，而且两个天体的质量又比较接近。尽管如此，拼接法在用于分析地月间转移轨道的性质以及为精确的轨道设计提供初值等方面还是存在着不可替代的作用，这部分内容将在第三章、第四章中进行进一步的研究。

从表2.6与表2.7中还可以看出，轨道二与轨道三更加接近标称轨道，但相比与标称轨道的轨道根数或状态参数的差别，三条拼接轨道间的差别是比较小的，从图2.13和图2.14中可以更加清楚的看到这一点。图2.13描绘了标称轨道到达近月点时，拼接轨道以及对应的登月飞船的位置关系，从中可以看出，标称轨道上的飞船首先到达近月点，轨道二和轨道三重合，对应的两个飞船也几乎重合在一起，轨道一上的飞船飞在最后。从图2.14可以看出，从近地点出发后的大部分时间里，拼接轨道与标称轨道几乎是重合的，随着与地球距离的增加，轨道逐渐分开，而到了月球附近后又有靠拢的趋势。因此，有一种折中的轨道简化计算方法，设立了内外两个月球引力范围，在这两个范围之间同时考虑两个中心天体的引力，其余范围内则分别考虑两个二体问题，文献[20]中对这一方法进行了进一步的讨论。

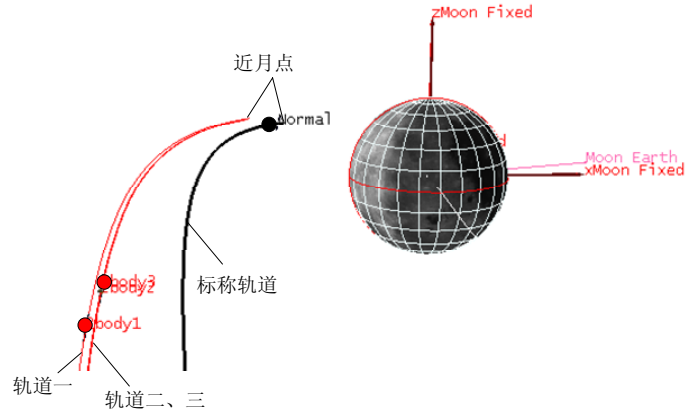


图2.13 标称轨道与拼接轨道（月球附近）

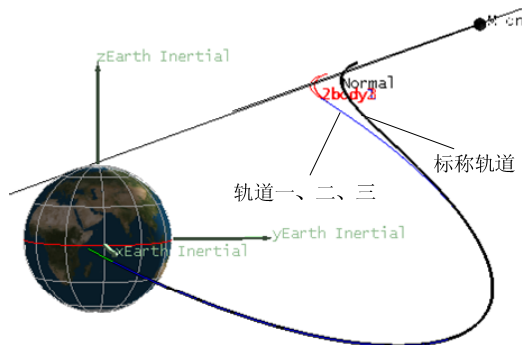


图2.14 标称轨道与拼接轨道（全景）

通过本小节的计算可见，采用二体轨道拼接法存在着较大的误差，在这种情况下，拼接点选择在何种引力范围边界上已经不是主要问题，由此给轨道参数带来的差异也可以忽略，因此很难确定基于哪一种引力范围的轨道拼接具有更高的精度。在接下来的论文中，涉及到轨道拼接的问题时均选用了深空探测领域最常用的拉普拉斯影响球作为月球引力范围。

2.4 本章小结

本章给出了论文涉及到的时间与坐标系统，分析了地月系统的运动与引力特征以及它们对于轨道设计与计算带来的影响，主要工作和结论如下：

- 1) 整理和定义了全文中使用和涉及到的时间系统与坐标系统，给出了常用的转换关系，重点定义和介绍了与月球任务紧密相关的几个坐标系。
- 2) 分析了地月系统绕质心的运动规律，重点研究了由此导致的月食现象。月食将影响月球任务发射窗口的计算，因此给出了月食发生时的日地月空间关系以及月食时刻的计算方法。算例与验证表明该方法有效且精度较高。
- 3) 简要介绍了月球的自转运动及其导致的天平动现象，分析了月球经度天平动对软着月任务发射窗口与绕月轨道的影响，给出经度天平动计算方法。
- 4) 介绍了天体系统内小天体引力范围的不同定义与计算方法，通过一组地月转移轨道算例重点分析了不同月球引力范围定义方法对轨道计算精度的影响，并得到以下结论：
 - a) 第一种引力范围下的二体拼接轨道精度最差，基于希尔范围与影响球的拼接轨道精度相当；
 - b) 与标称轨道相比，任何一种引力范围下的拼接轨道误差均较大，因此二体拼接法只适用于初步设计与轨道分析；
 - c) 在初步设计与分析意义下，拼接点选择在何种引力范围边界上影响并不显著。本文中选用了深空探测领域最常用的拉普拉斯影响球作为月球引力范围。

第三章 软着月任务发射窗口计算与地月转移轨道设计

对于地月转移轨道的研究,目前一个热点是基于限制性四体问题和弱稳定边界理论的地月低能转移轨道设计^{[37]-[38]},这种轨道比传统霍曼转移可以节约100m/s以上的速度增量,代价是通常需要三个月以上的漫长转移时间。这种轨道又称作间接转移轨道。与之相对的是直接转移轨道,其核心基于霍曼转移与圆锥曲线拼接,在此基础上加入摄动力建立高精度模型。这种轨道虽然耗费能量稍多,但转移时间短(通常在6天之内),对测控系统要求相对较低,可靠性较高,因此仍为大多数月球探测工程的首选。对于载人登月任务来说,因为航天员的生命保障方面需求,选择飞行时间长达上百天的地月低能转移轨道是不现实的,应当采用直接转移轨道。

本章首先在目前已有的用来快速设计地月直接转移轨道的解析模型基础上,对其进行改进从而提高了模型设计结果的精度;然后针对多约束条件下的无人软着月探测器与载人登月飞船两种典型任务,设计了一套较完整的发射窗口计算方法;并在此基础上给出了这两种任务的地月转移轨道设计流程与设计算例。

3.1 一种地月转移轨道的改进模型

针对直接地月转移轨道,多年的理论研究和实践经验已经发展了多种设计方法,其中文献[5]、[26]建立了一种解析模型,使用该模型无需轨道积分,只使用纯代数方法便可快速计算满足一定要求的地月转移初步轨道,可以大大缩短轨道搜索的时间,非常适用于轨道性质分析与初步设计。结合在月球探测器轨道设计中的工程实践经验,发现在文献[5]、[26]建立的双二体模型中,由于将月球简化为匀速圆周运动的质点,从而导致设计结果精度受到明显影响。于是针对该问题对现有的模型进行了改进,在没有增加模型复杂度的同时使其设计精度大大提高,改进后的模型设计结果更适合作为轨道精确设计的初值。

3.1.1 双二体拼接轨道改进数学模型

3.1.1.1 轨道初始参数的选取

图3.1中示意了地月转移轨道在月球影响球边界处的几何关系,具体又分两种情况:图3.1(a)中出口点B(即探测器到达影响球上的点)距月心段轨道升交点更近,这里称之为升段入口;图3.1(b)中出口点B距月心段轨道降交点更近,称为降段入口。图3.1中,出口点B的月心经纬度为 λ_B 、 φ_B ,探测器的轨道相对白道的倾角为 i^l ,升交点的月心经度为 $\bar{\Omega}^l$, ε 是探测器在B点的月心速度矢量 \vec{v}_B^l 与月心

位置矢量 \vec{r}_B^L 反方向的夹角，表征了探测器对月速度的指向。

6个独立参数的选取可以有多种方式，为了便于实现轨道的拼接，6个独立参数可选为B点的月心经度 λ_B 、月心纬度 ϕ_B ，探测器轨道倾角 i^L ，探测器在B点的月心速度矢量 \vec{v}_B^L 与月心位置矢量 \vec{r}_B^L 反方向夹角 ε ，地月转移轨道入轨点半径 r ，地月转移轨道入轨点A的速度倾角 Θ_A 。 r 和 Θ_A 为A点的独立轨道参数，也直接是轨道设计约束的参数。而 λ_B 、 ϕ_B 、 i^L 和 ε 为B点的独立轨道参数^[5]。

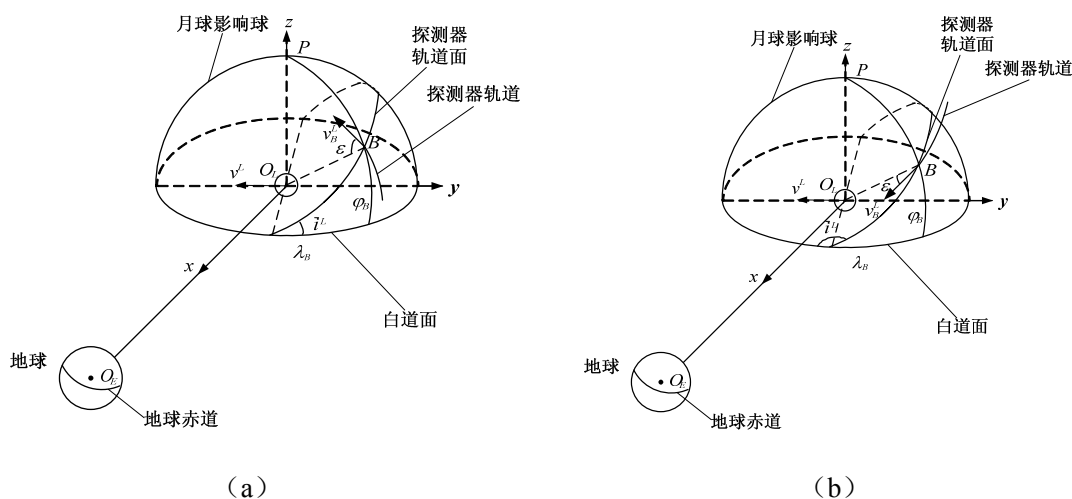


图3.1 地月转移轨道月球影响球边界示意图

根据几何关系可以确定入口点处探测器的月心速度方向，然后根据能量守恒和动量矩守恒求得入口点地心速度大小，由此依靠二体理论可以确定地心段轨道；将入口点处地心位置、速度转换为月心位置、速度后，可以确定月心段轨道。

3.1.1.2 入口点月心速度方向

以上标E和L分别表示参数相对地心和月心。设B点相对地心和月心的位置矢量分别为 \vec{r}_B^E 、 \vec{r}_B^L ，则

$$\vec{r}_B^L = \begin{bmatrix} x_B^L \\ y_B^L \\ z_B^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_L \cos \phi_B \cos \lambda_B \\ \rho_L \cos \phi_B \sin \lambda_B \\ \rho_L \sin \phi_B \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\vec{r}_B^E = \begin{bmatrix} x_B^E \\ y_B^E \\ z_B^E \end{bmatrix} = \vec{r}_B^L + \vec{r}_L^E \quad (3.2)$$

其中 \vec{r}_L^E 为月球在地心白道坐标系中的位置矢量。需重点说明的是，这里 \vec{r}_L^E 的选取不同于文献[5]。文献[5]中的模型假设月球在圆轨道上绕地球匀速公转，即任一时刻月球在地心白道坐标系中的位置矢量

$$\vec{r}_L^E = \begin{bmatrix} -R_{EL} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

其中 R_{el} 为地月平均距离384400km。文献[5]中的模型还认为任一时刻月球在地心白道坐标系中的速度矢量

$$\bar{v}_L^E = \begin{bmatrix} 0 \\ -V_L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

其中 V_L 为月球平均公转速度1.018km/s。

为在不增加模型复杂度的情况下尽可能提高计算精度，本文抛弃了上述简化假设，采用精确的月球状态信息进行计算。采用式(3.5)中的解析法可获得月球在地心黄道坐标系中的平均轨道根数，通过不复杂的状态转换与坐标转换可获得月球在地心白道坐标系中的位置与速度矢量。更精确的月球状态信息可通过查询历表DE405/LE405获得。

$$\begin{cases} a_L = 384747.981\text{km} \\ e_L = 0.054879905 \\ \sin \frac{\tilde{i}_L}{2} = 0.044751305 \\ \tilde{L}_L = 218^\circ 18' 59''.96 + 481267^\circ 52' 52''.833T - 4''.787T^2 \\ \tilde{\Gamma}_L = 83^\circ 21' 11''.67 + 4069^\circ 00' 49''.36T - 37''.165T^2 \\ \tilde{\Omega}_L = 125^\circ 02' 40''.40 - 1934^\circ 08' 10''.266T + 7''.476T^2 \end{cases} \quad (3.5)$$

式(3.5)中， a_L 、 e_L 、 \tilde{i}_L 、 \tilde{L}_L 、 $\tilde{\Gamma}_L$ 、 $\tilde{\Omega}_L$ 分别表示月球公转轨道的半长轴、偏心率、黄白交角、对应当天平春分点的几何平黄经、近地点平黄经和升交点平黄经。

探测器升交点月心经度 $\bar{\Omega}^L$ 和B点的纬度幅角为 u_B^L 的计算同文献[5]，则可得B点月心速度的单位矢量为

$$\hat{v}_B^L = \begin{bmatrix} l_B^L \\ m_B^L \\ n_B^L \end{bmatrix} = \mathbf{R}_3(-\bar{\Omega}^L) \mathbf{R}_1(-\tilde{i}^L) \mathbf{R}_3(-u_B^L + \varepsilon - 180^\circ) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

3.1.1.3 入口点地心速度矢量

设B点相对地心的速度矢量为 $\bar{v}_B^E = [\dot{x}_B^E \ \dot{y}_B^E \ \dot{z}_B^E]^T$ ，月球相对地心的速度矢量 \bar{v}_L^E 为 $\bar{v}_L^E = [V_{Lx} \ V_{Ly} \ V_{Lz}]^T$ 。根据在月球探测器轨道设计的工程实践经验，发现文献[5]对月球速度矢量做的简化对轨道设计结果的精度影响很大，所以下面对模型进行细化改进。

B点处的对月速度矢量

$$\bar{v}_B^L = \bar{v}_B^E - \bar{v}_L^E \quad (3.7)$$

由 \bar{v}_B^L 与矢量 \hat{v}_B^L 平行，即

$$\frac{l_B^L}{\dot{x}_B^E - V_{Lx}} = \frac{m_B^L}{\dot{y}_B^E - V_{Ly}} = \frac{n_B^L}{\dot{z}_B^E - V_{Lz}} \quad (3.8)$$

令 $m_0 = n_B^L / l_B^L$ 、 $n_0 = m_B^L / l_B^L$ ，则由式(3.8)可得：

$$\dot{z}_B^E = m_0(\dot{x}_B^E - V_{Lx}) + V_{Lz} \quad (3.9)$$

$$\dot{y}_B^E = n_0(\dot{x}_B^E - V_{Lx}) + V_{Ly} \quad (3.10)$$

所以有

$$v_B^E = \sqrt{p_0 \dot{x}_B^{E2} + s_0 \dot{x}_B^E + w_0} \quad (3.11)$$

其中

$$p_0 = 1 + m_0^2 + n_0^2 \quad (3.12)$$

$$s_0 = 2[m_0(V_{Lz} - m_0 V_{Lx}) + n_0(V_{Ly} - n_0 V_{Lx})] \quad (3.13)$$

$$w_0 = (V_{Lz} - m_0 V_{Lx})^2 + (V_{Ly} - n_0 V_{Lx})^2 \quad (3.14)$$

在地心段由动量矩守恒可得:

$$r \cdot v_A \cos \Theta_A = r_B^E \cdot v_B^E \cos \Theta_B^E \quad (3.15)$$

又因

$$\sin \Theta_B^E = \frac{\vec{r}_B^E \cdot \vec{v}_B^E}{r_B^E \cdot v_B^E} \quad (3.16)$$

$$\sin^2 \Theta_B^E + \cos^2 \Theta_B^E = 1 \quad (3.17)$$

故

$$\left(\frac{r \cdot v_A \cos \Theta_A}{r_B^E \cdot v_B^E} \right)^2 + \left(\frac{\vec{r}_B^E \cdot \vec{v}_B^E}{r_B^E \cdot v_B^E} \right)^2 = 1 \quad (3.18)$$

由式(3.2)和(3.18)可得

$$r^2 v_A^2 \cos^2 \Theta_A + q_0 \dot{x}_B^{E2} + t_0 \dot{x}_B^E + u_0 = 0 \quad (3.19)$$

其中

$$q_0 = (x_B^E + y_B^E n_0 + z_B^E m_0)^2 - r_B^{E2} p_0 \quad (3.20)$$

$$t_0 = 2(x_B^E + y_B^E n_0 + z_B^E m_0)[y_B^E(V_{Ly} - n_0 V_{Lx}) + z_B^E(V_{Lz} - m_0 V_{Lx})] - r_B^{E2} s_0 \quad (3.21)$$

$$u_0 = [y_B^E(V_{Ly} - n_0 V_{Lx}) + z_B^E(V_{Lz} - m_0 V_{Lx})]^2 - r_B^{E2} w_0 \quad (3.22)$$

另外, 在地心段由能量守恒可得

$$v_B^{E2} = v_A^2 + 2\mu_E \left(\frac{1}{r_B^E} - \frac{1}{r} \right) \quad (3.23)$$

令 $q = 2\mu_E \left(\frac{1}{r_B^E} - \frac{1}{r} \right)$, 则式(3.23)化为:

$$v_A^2 = p_0 \dot{x}_B^{E2} + s_0 \dot{x}_B^E - q + w_0 \quad (3.24)$$

将式(3.24)代入式(3.19)可得:

$$c_1 \dot{x}_B^{E2} + c_2 \dot{x}_B^E + c_3 = 0 \quad (3.25)$$

其中

$$c_1 = (r \cos \Theta_A)^2 p_0 + q_0 \quad (3.26)$$

$$c_2 = (r \cos \Theta_A)^2 s_0 + t_0 \quad (3.27)$$

$$c_3 = u_0 + (r \cos \Theta_A)^2 (w_0 - q) \quad (3.28)$$

由式(3.25)可以求出

$$\dot{x}_B^E = \frac{-c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1c_3}}{2c_1} \quad (3.29)$$

由上式可见 \dot{x}_B^E 有两解, 相应的 v_A 也有两解。获得 \dot{x}_B^E 后, 进而由式(3.7)、式(3.10) 求出 \dot{y}_B^E, \dot{z}_B^E , 得到B点探测器对地心速度矢量 \vec{v}_B^E 和对月心速度矢量 \vec{v}_B^L 。

3.1.1.4 地月转移轨道地心段参数

该段模型与文献[5]相同, 限于篇幅, 这里仅给出地心轨道在A点的位置矢量 \vec{r}_A^E 和速度矢量 \vec{v}_A^E :

$$\vec{r}_A^E = r \cos f_A^E \vec{P}^E + r \sin f_A^E \cdot \vec{Q}^E \quad (3.30)$$

$$\vec{v}_A^E = -\frac{h^E}{p^E} \sin f_A^E \cdot \vec{P}^E + \frac{h^E}{p^E} (e^E + \cos f_A^E) \cdot \vec{Q}^E \quad (3.31)$$

其中

$$\vec{P}^E = \mathbf{R}_3(-\bar{\Omega}^E) \mathbf{R}_1(-\bar{i}^E) \mathbf{R}_3(-\bar{\omega}^E) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\vec{Q}^E = \mathbf{R}_3(-\bar{\Omega}^E) \mathbf{R}_1(-\bar{i}^E) \mathbf{R}_3(-\bar{\omega}^E - 90^\circ) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

设在地心赤道坐标系中, 探测器在A点的位置矢量为 \vec{R}_A 和速度矢量为 \vec{V}_A , 则有

$$\vec{R}_A = \mathbf{M}^T \vec{r}_A^E + \vec{R}_L \quad (3.34)$$

$$\vec{V}_A = \mathbf{M}^T \vec{v}_A^E + \vec{V}_L \quad (3.35)$$

其中, \mathbf{M} 、 \vec{R}_L 和 \vec{V}_L 对应于 t_B 时刻。进一步可求得地球停泊轨道在地心赤道坐标系中的倾角 i_E 、升交点赤经 Ω_E

$$\cos i_E = \frac{h_Z}{h_A} \quad (3.36)$$

$$\tan \Omega_E = \frac{h_X}{-h_Y} \quad (3.37)$$

其中

$$\vec{h}_A = \begin{bmatrix} h_X \\ h_Y \\ h_Z \end{bmatrix} = \vec{R}_A \times \vec{V}_A \quad (3.38)$$

3.1.1.5 地月转移轨道月心段参数

双曲线型的月心轨道在C点的位置矢量 \vec{r}_C^L 和速度矢量 \vec{v}_C^L 为

$$\vec{r}_C^L = r_C^L \cdot \vec{P}^L \quad (3.39)$$

$$\vec{v}_C^L = \frac{h^L}{p^L} (e^L + \cos f_C^L) \cdot \vec{Q}^L \quad (3.40)$$

其中

$$\vec{P}^L = \mathbf{R}_3(-\bar{\Omega}^L) \mathbf{R}_1(-\bar{i}^L) \mathbf{R}_3(-\bar{\omega}^L) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\vec{Q}^L = \mathbf{R}_3(-\bar{\Omega}^L) \mathbf{R}_1(-\bar{i}^L) \mathbf{R}_3(-\bar{\omega}^L - 90^\circ) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

式中 r_C^L 为加速点C的月心距， $h^L = \vec{r}_C^L \times \vec{v}_C^L$ 为C点动量矩大小， p^L 、 e^L 为月心段轨道半通径和偏心率， $f_C^L = 0^\circ$ 为加速点真近点角， $\bar{\omega}^L$ 为月心段轨道相对白道的近月点纬度幅角。

将C点的月心白道坐标系中的位置矢量 \vec{r}_C^L 和速度矢量 \vec{v}_C^L ，转换到月心赤道坐标系中，位置矢量和速度矢量分别为 \vec{R}_C 和 \vec{V}_C ，可以求出地月转移轨道在月心赤道坐标系中的倾角 i_C 、升交点赤经 Ω_C 。

3.1.2 改进模型的对比分析

给定轨道设计初始参数：地月转移轨道近地距 $r = 6578.137$ km，加速点速度倾角 $\Theta_A = 0^\circ$ ，从节省能量的角度选取入口点经度 $\lambda_B = -80^\circ$ 、纬度 $\varphi_B = -6^\circ$ ，相对于月球白道的倾角 $\bar{i}^L = 89^\circ$ ，夹角 $\varepsilon = 4.4^\circ$ ，入口点时间 t_B 为2006年12月8日23:32:50.97 (UTC)。设计目标轨道的近月点高度为200km。根据3.1.1节中改进模型，可以求出月球探测器在地月转移轨道入轨点的状态，如表3.1所示。另外表3.1中还给出了依据文献[5]中原模型计算所得的入轨点状态。

表 3.1 不同模型地月转移轨道入轨点状态对比

	轨道历元 (UTC)	X(m)	Y(m)	Z(m)	Vx(m/s)	Vy (m/s)	Vz(m/s)
原模型 结果	4日 18:17:38.02	4784056.8	-3968540.9	-2152990.8	3128.905	7643.684	-7136.777
改进模 型结果	4日 20:18:35.62	4791934.3	-3930983.3	-2203774.2	3101.119	7734.886	-7053.966

其他主要参数求解结果具体如表3.2所示：

表 3.2 不同模型地月转移轨道参数对比

	转移初速 (km/s)	近月距 (km)	月心倾角 (°)	地心段飞行 时间 (h)	月心段飞行 时间 (h)	总飞行时间 (h)
原模型结果	10.915564	2010.526	85.299	101.237	17.283	118.520
改进模型结果	10.918051	1936.781	85.299	99.215	17.624	116.839

以表3.1中的入轨点状态作为初始点，考虑精确动力学模型进行轨道积分，其中精确动力学模型包括地球（中心体）引力位模型WGS84的 21×21 阶次，同时考虑太阳、月球的第三体摄动影响，大气阻力影响（模型采用Jacchia-Roberts），并考虑太阳光压影响，得到原模型和改进后模型设计的轨道空间对比关系如图3.2所示。

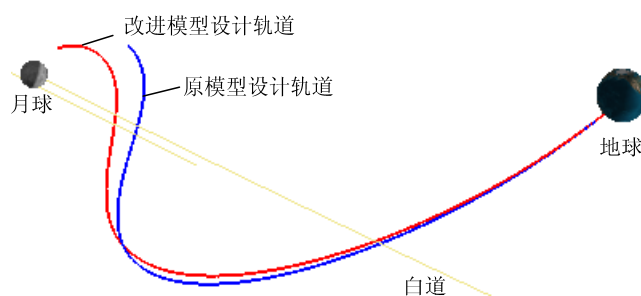


图3.2 不同模型设计轨道空间关系对比

根据精确动力学模型下的轨道积分，原模型设计结果得到近月点高度为16148km，轨道倾角 20.37° ；改进模型设计结果得到近月点高度为6506km，轨道倾角 34.24° 。可以看出改进后模型的设计结果更适合作为轨道精确设计的初值，更加接近目标轨道。以改进模型算例中的参数作为初值，在精确力模型下进行搜索计算以满足前面提到的近月点目标约束，得到了精确设计轨道，三条轨道的对比结果如图3.3所示。

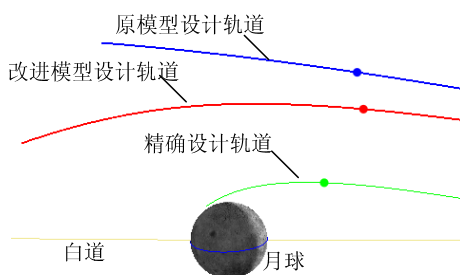


图3.3 不同模型设计轨道同精确轨道空间关系对比

本节内容改进了现有的地月转移轨道双二体模型假设下圆锥曲线拼接解析模型，针对原模型将月球运动简化为匀速圆周运动而导致设计精度大大受到影响的问题，对原模型进行了改进，充分考虑了月球的精确运动状态，推导了相应的解析公式。仿真结果表明在没有明显增加模型复杂度的同时使设计精度大大提高，利用文中给出的改进后的模型得出的结果更适合作为轨道精确设计的初值。

3.2 软着月任务的发射窗口计算

论文研究的软着月任务是指飞船或探测器从地月转移轨道到达近月点，经制动后进入环月轨道并在其上飞行一定时间，而后经霍曼转移降低轨道至适当高度，最后经动力下降段实现月面软着陆的任务。

对于一般探月轨道发射窗口的研究目前已经较多，但其或是针对直接击中月球（垂直着月）的转移轨道（通常终端约束仅考虑着月点位置、速度）^{[95]~[96]}，或是针对月球轨道器的转移轨道（通常终端约束仅考虑近月点高度、倾角）^{[31]~[32][101]}。而对于绕月一段时间后软着陆的月球探测器或载人飞船来说，需要考虑的终端约束更多，包括转移轨道近月点高度、倾角与测控条件，以及着月点（事先选定）处/着月时刻光照与测控条件等。此外，工程任务中的发射窗口计算还面临发射入轨阶段的约束，例如无人探测器的运载发射约束与载人飞船的地球停泊轨道约束等。由于受到的约束与轨道的特性有一定区别，本节中结合具体算例，分别研究无人软着月探测器与载人登月飞船的发射窗口计算方法。

3.2.1 无人软着月探测器的发射窗口计算

结合运载器发展情况，我国接下来的月球探测工程很可能采用发射后直接进入地月转移轨道的方案，这意味着欲设计的地月转移轨道除要满足上述诸多终端约束外，还需直接满足发射入轨段的要求，这就更增加了窗口与轨道设计的难度。目前国内外尚没有可查阅的对此类任务进行研究的文献。

本小节研究对象是经历发射段—地月转移段—绕月段—动力下降段（软着陆）的月球探测器轨道，目的是快速确定轨道的窗口，得到转移轨道的初值，在此基础上计算精确轨道。综合考虑各种约束，采用着月点→近月点→入轨点→发射点倒推的方式，得到地月转移轨道的发射窗口。文中将一个算例贯穿于该小节，以便更好的说明设计方法。

3.2.1.1 约束条件及计算流程

对于软着月任务，事先必须确定着月区域的位置，而为了着月后开展工作且与地面通讯，对光照条件与测控条件将有一定要求。着月之前有一段时间的绕月飞行，这就对近月点的高度和倾角提出了要求，而且转移轨道到达近月点后要要进行大的轨道机动，对于无人任务应在地面测控保障下进行。同样的原因使得近地点处也有这种测控要求，结合发射场与运载火箭的事先确定，就提出了对于入轨点高度、位置以及轨道倾角的约束。确定了转移轨道两端的约束条件后，能量方面的原因限定了飞行时间的范围。

对于此类任务都会有相似的约束条件，可能仅参数不同，但均可应用本设计

方法。为表述清晰，将算例中的约束条件集中列出如下。

- (1) 地面测站——位于东部的 A 站 (47.8°N , 122.2°E) 与西部的 B 站 (36.1°N , 81.0°E)，最小仰角 10° 。
- (2) 发射场——XC (28.5°N , 102.0°E)，入轨后轨道倾角为 28.5° 。
- (3) 入轨点位置—— $150^{\circ}\text{E}\sim 180^{\circ}\text{E}$, $0^{\circ}\text{S}\sim 30^{\circ}\text{S}$ 之间，高度 200km，入轨后直接进入地月转移轨道。
- (4) 地月转移轨道飞行时间——100 小时 \sim 120 小时。
- (5) 近月点倾角 90° ，高度 200km，近月点可被单站测控。
- (6) 到达动力下降（软着月）段前沿时，探测器高度 15km，与着月点经度相同，距着月点月面距离约 500km；此时着月点太阳仰角要求 $15^{\circ}\sim 40^{\circ}$ ，且为当地早晨；要求可被单站测控。
- (7) 着月点——雨海 (Mare Imbrium, 月理 38.3°N , 35°W)。

设计流程如图3.4所示。

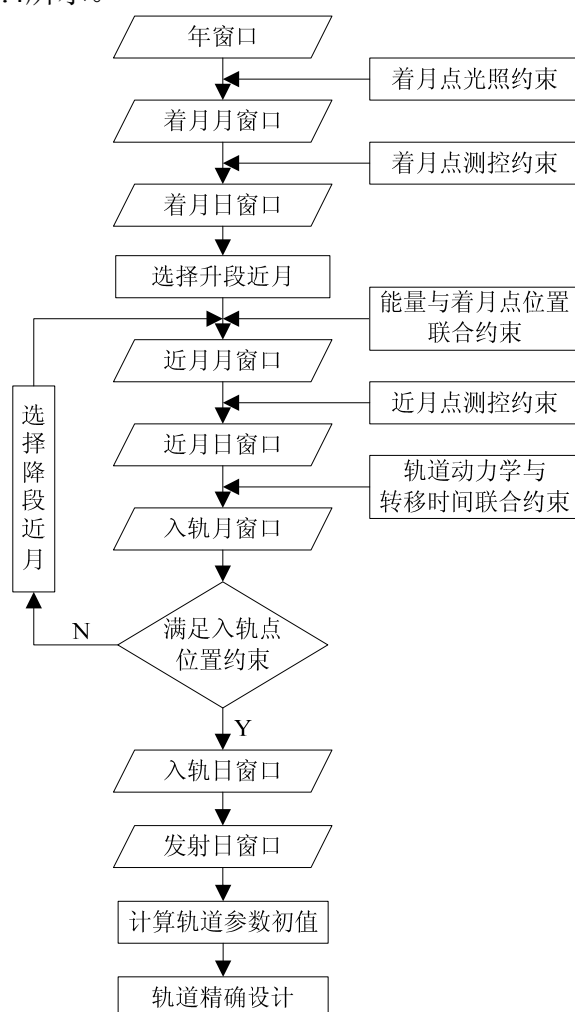


图3.4 无人软着月探测器发射窗口计算流程

3.2.1.2 着月窗口的确定

1. 年窗口的选择

在哪一年及一年中的哪一个月份发射着月探测器，更多的来讲不是轨道设计工作决定的。这主要取决于任务高层的决策，往往是非技术上的原因，例如天气/气候的影响、任务的进度等。有一个需要考虑的技术因素是月食的影响，如果其他条件允许，应选择着月时及着月后短期内没有月食（着月区域不会进入地球阴影）发生的时间发射。

这里我们以2013年任务为例，年窗口选择仅考虑月食影响。取雨海作为着月区域。图3.5表示了2013年全年雨海地区的光照情况，图中本影和半影中间隔均匀的线条对应雨海进入月球自身阴影，不规则出现的线条意味着地球的遮挡，可以看出雨海进入地球本影一次、半影二次，实际上对应着2013年4月25日的月偏食与10月18日的半影月食。月食发生时刻的计算方法可参见第二章。



图3.5 2013年雨海地区光照情况

半影月食虽然肉眼难以观测到，但是对月面探测设备还是有直接影响的。我们不希望探测设备着月后很快就受到月食的影响，因此排除4月与10月作为着月年窗口的可能。在没有其他约束条件下，不妨取3月作为年窗口。

2. 月窗口的选择

月窗口的确定主要受光照条件的制约。对于着月任务，希望着月后月面探测器能够连续工作较长时间，而其能源依靠太阳能电池，故着月的最佳时间是着月点当地上午。而对月面的观测摄影又要求阳光仰角不能太小，综合考虑后取着月时刻着月点的最佳阳光仰角在 15° 到 40° 之间。

图3.6为月心天球图。图中 N 为月球北极、 L 为月面点、 S 为太阳的月面星下点。设 L 和 S 的月理经纬度分别为 (λ_L, ϕ_L) 和 (λ_S, ϕ_S) 。因黄道面与月球赤道面的夹角 I 为恒值 $(1^\circ 32')$ ，所以 $|\phi_S| \leq I$ ，变化周期为一年。图中虚线为太阳的周月星下点轨迹，运动方向自西向东，周期为一个朔望月。在一个朔望月内， ϕ_S 变化不大，所以太阳的月面星下点轨迹可近似为月球纬圈，该圈的月理纬度可取该月中间时刻的值。根据几何关系可知月面点的阳光入射角为

$$\alpha_S = \arccos[\sin \phi_S \sin \phi_L + \cos \phi_S \cos \phi_L \cos(\lambda_S - \lambda_L)] \quad (3.43)$$

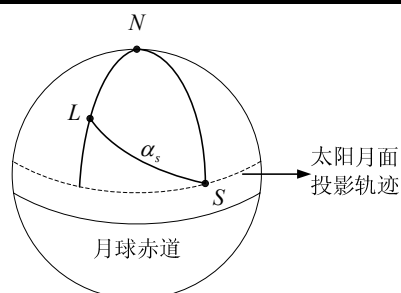


图3.6 月面点的光照

更多的时候我们用阳光仰角来代替阳光入射角反映某处的光照条件，阳光仰角与阳光入射角是简单的互余关系。式(3.43)中的 ϕ_s 与 λ_s ，可查历表得到日月位置后通过坐标转换与简单计算实现，此处不再给出计算过程，仅给出计算得到的2013年3月份的阳光仰角变化曲线，如图3.7所示，从而得到着月的月窗口 w_l 为3月23日23:32~3月26日21:05。

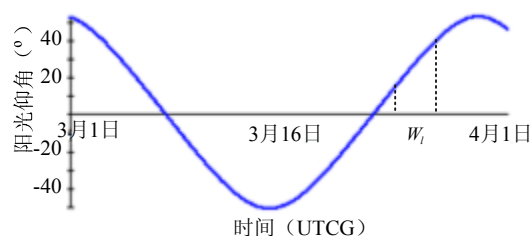


图3.7 2013年8月雨海地区阳光仰角

3. 日窗口的确定

着月日窗口主要由测控约束决定。由于尚未建成全球范围的深空测控网，因此地球的自转使得对着月点的测控不能实现全天候，便出现了日窗口的计算问题。

能否实现对着月点的测控可转化为月球相对测站的仰角计算问题，计算方法与阳光仰角计算类似，这里不再给出。选择位于我国东部的A站与西部的B站为代表，给出上述月窗口内这两个测站对月球的测控时段，如图3.8所示。根据前面列出的约束条件，月球可被单站测控即为满足约束，因此测控时段是A站与B站分别测控时段的并集。具体着月的日窗口 w_l' 为3月24日07:58~22:02，25日09:06~22:36，26日10:17~21:05。



图3.8 着月月窗口内测控时段

3.2.1.3 环月轨道的确定

首先考虑探测器轨道位于白道面内的情况，如图3.9所示。 $x_{O_L}y$ 为月心白道坐标系的xy平面；三个椭圆的实线部分对应三条地月转移轨道的地心段，1、2、3点

分别是三条轨道与月球影响球的交点，也称为入口点； v_E 是入口点处探测器地心速度矢量， v_{ME} 是月球的地心速度矢量， v_M 是入口点处探测器月心速度矢量，因月球半径比影响球半径小很多，固欲使探测器飞抵月球，可认为 v_M 应近似指向月心。从图中可直观看出，1、2两轨道可飞抵月球，而因 v_{M3} 不指向月心，轨道3无法飞抵月球，就是说从影响球东半球入口的探测器通常不能抵达月球。在1、2两条轨道中，明显有 $v_{E1} < v_{E2}$ ， $v_{M1} < v_{M2}$ ，也就意味着入口点月心经度越接近西经90度，对应的轨道在近地点加速和近月点制动处越节省能量。

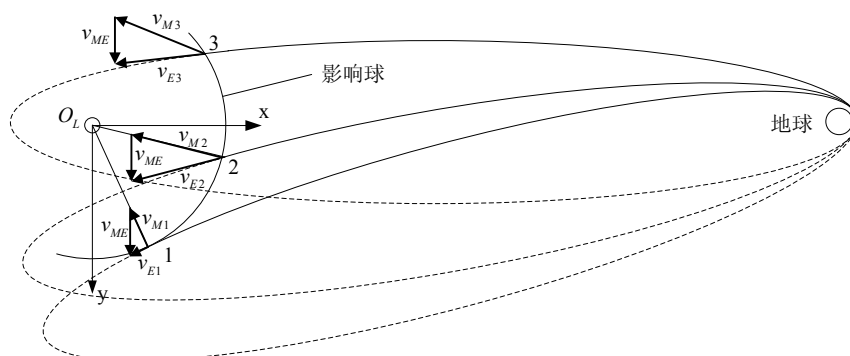


图3.9 影响球入口点几何图

图3.9中分析的是轨道在白道面内的情况，实际上对于一般意义下的轨道，上述特性仍然存在。文献[5]中曾建立了月球探测器地月转移轨道的双二体解析模型，并通过大量计算得到了与图3.9分析所得相似的结论，即：月球探测器的影响球入口点月心经度 λ_i 在西经80度附近时，对应的地月转移轨道最节约发射与制动的能量。

根据前面的分析，从节约能量和满足限定的地月转移轨道飞行时间角度考虑，限定了探测器进入月球影响球时的月心经度在 -80° 附近^[8]，根据计算，在 $[-60^\circ, -85^\circ]$ 之间时可满足100h~120h的地月转移轨道飞行时间，而且此区间内能量均接近最小值。将月心经度转换为月固坐标系中的月理经度，会存在一个经度差 $\delta\lambda$ ，在前面经度天平动的计算中已经给出了 $\delta\lambda$ 的计算方法，这样便得到探测器进入月球影响球时的月理经度范围 $[-60^\circ + \delta\lambda, -85^\circ + \delta\lambda]$ 。

地月转移轨道100h~120h的飞行时间也限定了探测器月心段（进入影响球到近月点）飞行时间在18h附近，这段时间内月球自转角度

$$\Delta\theta = \omega_M \times \frac{18}{24} = 13.2^\circ \times \frac{3}{4} = 9.9^\circ \approx 10^\circ \quad (3.44)$$

其中， ω_M 为月球自转平均角速度。从而探测器飞抵月球附近时，其月理经度范围将是 $[-70^\circ + \delta\lambda, -95^\circ + \delta\lambda]$ 。对于任务采用的极月轨道来说，飞至近月点时通常要绕过极区，因此近月点经度 λ_p 范围将是 $[85^\circ + \delta\lambda, 110^\circ + \delta\lambda]$ 。这样，绕月轨道初始的升交点月理经度将在东经或西经 90° 附近。

地月转移轨道到达近月点的路径有两种：一种是从月球南极飞过，升段到达近月点；另一种是从月球北极飞过，降段到达近月点。探测器到达着月点的路径同样有两种：从南向北经过着月点，即升段着月，反之为降段着月。这样组合起来便存在四种情况：a.升段近月，升段着月；b.升段近月，降段着月；c.降段近月，升段着月；d.降段近月，降段着月。

由于绕月轨道倾角为 90° ，不存在升交点进动现象，因此可认为轨道平面在惯性空间固定不动^[152]。显然着月时着月点必须进入轨道面，这就只能靠月球的自转来实现，以此得到绕月轨道的飞行时间。

$$\begin{cases} t_{LA} = \frac{\lambda_{0A} - \lambda_f}{\omega_M} \\ t_{LD} = \frac{\lambda_{0D} - \lambda_f}{\omega_M} \end{cases} \quad (3.45)$$

其中， t_{LA} 、 t_{LD} 分别为升段、降段（Ascending, Descending）着月对应的绕月轨道飞行时间， λ_{0A} 、 λ_{0D} 分别为绕月轨道初始的升、降交点月理经度，它们之间相差 180° ， λ_f 为着月点月理经度。

对于本算例来说，因为着月点在北半球，为了在着月前有较长的测控弧段，应选择升段着月的轨道，这样便排除了b、d两种情况。于是(3.45)式中第二式将不会被使用，但第一式中 λ_{0A} 仍有两种取值：如果探测器采用情况a的升段近月，则有 $\lambda_{0A} = \lambda_p \in [85^\circ + \delta\lambda, 110^\circ + \delta\lambda]$ ；如果探测器采用情况c的降段近月，则有 $\lambda_{0A} = \lambda_p - 180^\circ \in [-95^\circ + \delta\lambda, -70^\circ + \delta\lambda]$ 。实际上，在无光照约束条件下，情况a、c中的两种转移轨道都是成对出现的，每一对转移轨道无论从初始轨道根数还是空间轨迹上看都十分接近，只是到了月球附近才分化成两条。因此对于每次发射机会，均存在升段、降段近月的两簇地月转移轨道，这两簇转移轨道对应的绕月轨道飞行时间相差约半个恒星月，故有一簇将因着月时无法满足光照条件而遭淘汰；但这同时意味着如果将这簇转移轨道发射时间提前或推后半个月，将满足着月时的光照条件。总结一下就是，对于同一次着月窗口，存在对应情况a、c的两簇地月转移轨道，这两簇轨道的发射时刻相差约半个月，绕月时间也相差约半个月，着月时刻基本相同，均可进入光照与测控约束下的着月窗口内。

现在的问题是要想得到绕月飞行时间 $t_{LA}(t_{LD})$ ，需要已知绕月轨道初始升交点经度 $\lambda_{0A}(\lambda_{0D})$ ，而 $\lambda_{0A}(\lambda_{0D})$ 的计算又需要已知 $\delta\lambda$ 。 $\delta\lambda$ 是一个随时间变化的量，它由探测器到达影响球边界的时刻 t_s 决定，而前面已提及月心段的飞行时间基本固定，因此 t_s 取决于近月月窗口 W_p ，也就依赖于 $t_{LA}(t_{LD})$ 的长短与前面计算得到的着月日窗口 W_d 。所幸 W_d 是根据光照与测控事先求得的，不再与其他量耦合在一起，因此可以用图 3.10 中的迭代过程求得 $\delta\lambda$ 、 $\lambda_{0A}(\lambda_{0D})$ 与 $t_{LA}(t_{LD})$ 。实际上，由于 $\delta\lambda$ 值域很窄

(不超过 8°)，对于时间也不是很敏感(每天变化在 2° 以下)，因此只要迭代 1~2 次即可达到精度要求。

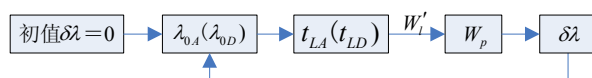


图3.10 近月窗口迭代计算过程

其中近月月窗口 W_p 满足

$$W_p = W_d - t_{LA}(t_{LD}) \quad (3.46)$$

依据图 3.10 中的迭代方法，结合前文算例，考虑升段到达近月点的情况(实际上经过计算，满足 3 月份着月约束的降段近月的轨道均无法满足入轨点位置约束)，计算得到表 3.3。从表 3.3 中可以看出，第一次迭代的结果与第二次的已非常接近，因此无需第三次迭代计算，使用第二次的计算结果已足够满足精度要求。

表 3.3 近月月窗口迭代求解过程

迭代次数	$\lambda_{0,A} (^\circ)$	$t_{LA} (\text{day})$	W_p	$\delta\lambda (^\circ)$
第 0 次	110~85	11.0015~9.1047	13 日 07:55~ 17 日 18:34	5.06~2.17
第 1 次	115.06~87.17	11.3855~9.2691	12 日 22:42~ 17 日 14:37	5.01~2.37
第 2 次	115.01~87.37	11.3819~9.2843	12 日 22:48~ 17 日 14:15	5.01~2.39

注：表中“110~85”表示取值范围在 110 到 85 之间

这里的 W_p 是只根据着月窗口与绕月飞行时间倒推得到的，实际上还要计算测控约束下的近月日窗口 W'_p 。要满足近月点可测控，首先需要月球可见，其次还要考虑近月点是否会被月球本身遮挡。下面证明 200km 高极月轨道的近月点不会被月球遮挡。

图 3.11 所示的是向白道面投影得到的几何关系，由于月球赤道与白道夹角只有 6.7° ，在误差不大的前提下，可认为两个平面重合。点 O 为月心，圆 O 为月球赤道，XOY 为近月点时刻的月心白道坐标系，AB 为过地心的月球赤道的切线。在同一经度下，近月点纬度越低被遮挡可能性越大，因此此处只分析近月点位于赤道面内的情况。DAC 为可能的近月点位置集合(注意不是绕月轨道)，显然如果近月点位于 AD 段，会被月球遮挡，如果位于 AC 段，则可被地面站测控。

$$\angle YOB = \arcsin \frac{R_L}{R_{EL}} \approx 0.26^\circ$$

所以可认为

$$\angle AOY \approx \angle AOB = \arccos \frac{OB}{AO} = \arccos \frac{1738}{1938} = 26.26^\circ \quad (3.47)$$

即点 A 月心经度为

$$\lambda_A = 90^\circ + \angle AOY = 116.26^\circ$$

而前面分析得到近月点月心经度范围是 $[85^\circ, 110^\circ]$ ，即位于图中的 AC 段，也就是近月点不会被月球本身遮挡。这样我们只要考虑地球自转产生的测控弧段，对于本算例考虑测控约束后的近月日窗口 w'_p 为 12 日 23:27~13 日 13:28, 13 日 23:54~14 日 14:27, 15 日 00:25~15 日 15:24, 16 日 00:59~16 日 16:19, 17 日 01:36~17 日 14:15。

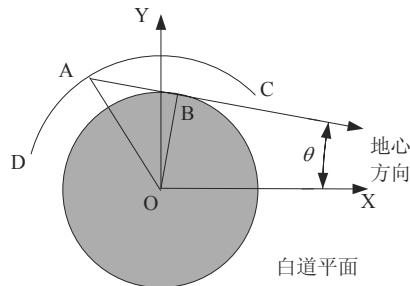


图3.11 近月点测控几何

3.2.1.4 入轨窗口及发射窗口的确定

在表3.3的计算过程中，近月月窗口 w_p 前沿对应着 $\lambda_{0,A}$ 的最大值，也就对应着最短的地月转移时间100h；相反地， w_p 后沿对应着 $\lambda_{0,A}$ 的最小值，也就对应着最长的地月转移时间120h。减掉100h~120h的飞行时间，得到地月转移轨道入轨月窗口 w_i 为8日19:27~12日17:12之间。

另外入轨点位置还受到发射段弹道以及测控条件的制约。这里假设从西昌发射后降段入轨，为节省能量采用近地点入轨（实际发射中入轨点与近地点会有一定偏差，但不会影响本方法的有效性），入轨点地理经纬度范围是 $150^\circ\text{E} \sim 180^\circ\text{E}$, $0^\circ \sim 30^\circ\text{S}$ 的南太平洋地区。另一方面，对于能量最优轨道，转移轨道近地点应与近月点时刻的月球分居地心椭圆轨道长轴的两端。查历表计算后得到近月日窗口 w'_p 范围内月球的赤纬为 $5.7^\circ \sim 19.5^\circ$ ，赤经为 $4.6^\circ \sim 62.1^\circ$ ；这样对应的近地点赤纬为 $-19.5^\circ \sim -5.7^\circ$ ，赤经为 $-117.9^\circ \sim -175.4^\circ$ ，赤纬完全位于约束的区间内，而要让赤经满足要求，则对入轨时刻提出进一步的要求。通过并不复杂的计算（主要涉及格林尼治恒星时的求取，此处不详述过程），即可得到最终的入轨日窗口 w'_i ：9日 13:40~16:30, 10日 14:30~17:20, 11日 15:20~18:10, 12日 16:10~19:00。

得知入轨窗口后计算发射窗口，只需减掉运载火箭的飞行时间，这一时间通常在1小时以内。由于该时间长度与任务选择的火箭型号与飞行程序有关，此处无法给出具体结果。

3.2.1.5 设计结果与结论

前面的算例中以2013年3月年窗口为例，研究了在多种约束条件下的无人软着陆月球探测器的发射窗口计算方法。对于任何一个事先确定的月份，均可用该方

法计算发射窗口。仍然采用3.2.1.2节中的约束条件，选择2012年10月到2013年3月这一时间段进行发射窗口计算，得到表3.4中所示的发射窗口集合。其中有些月份只有降段近月的轨道能满足全部约束条件，有些月份只有升段近月的轨道能满足全部约束条件，有些月份则既存在降段近月，又存在升段近月的轨道。

表 3.4 发射窗口集合列表

月份	升段近月	降段近月
2012年10月	无	29 Sep 2012 02:10~05:00 30 Sep 2012 03:00~05:50 1 Oct 2012 03:50~06:40 2 Oct 2012 04:40~07:30 3 Oct 2012 05:30~08:20
2012年11月	无	29 Oct 2012 02:30~05:20 30 Oct 2012 03:20~06:10 31 Oct 2012 04:10~07:00 1 Nov 2012 05:00~07:50 2 Nov 2012 05:50~08:40
2012年12月	无	27 Nov 2012 02:00~04:50 28 Nov 2012 02:50~05:40 39 Nov 2012 03:40~06:30 30 Nov 2012 04:30~07:20 1 Dec 2012 05:20~08:10
2013年1月	10 Jan 2013 14:50~17:40 11 Jan 2013 15:40~18:30 12 Jan 2013 16:30~19:20	27 Dec 2012 02:20~05:10 28 Dec 2012 03:10~06:00 29 Dec 2012 04:00~06:50
2013年2月	7 Feb 2013 13:30~16:20 8 Feb 2013 14:20~17:10 9 Feb 2013 15:10~18:00 10 Feb 2013 16:00~18:50	26 Jan 2013 02:30~05:20
2013年3月	9 Mar 2013 13:40~16:30 10 Mar 2013 14:30~17:20 11 Mar 2013 15:20~18:10 12 Mar 2013 16:10~19:00	无

通过总结上述计算方法以及计算结果可以得到以下结论：

- 1) 在着月点当地阳光仰角 $15^{\circ}\sim 40^{\circ}$ 这一约束下，每个着月的月窗口持续约两天半。
- 2) 针对雨海这一着月点，100h 到 120h 的飞行时间，以及在测控要求的升段着月的约束下，绕月轨道的运行时间有两种可能：一种是 10 天附近（9~11 天），对应升段近月的轨道；另一种是 23 天附近（22~24 天），对应降段

近月的轨道。

- 3) 在入轨点位于赤道以南这一约束下, 2012年10—12月中, 每个月仅有一次发射机会, 每次发射机会持续5天; 2013年1月有相距约半个恒星月的两次发射机会, 每次机会持续3天; 2013年2月有相距约半个恒星月的两次发射机会, 第一次机会持续1天, 第二次持续4天; 2013年3月仅有一次发射机会, 持续4天。
- 4) 在入轨点经度范围 $150^{\circ}\sim 180^{\circ}$ 这一约束下, 每个发射日窗口持续约2小时50分钟; 同一次发射机会内, 每天的发射窗口前沿比前一天推迟约50分钟。
- 5) 升段近月轨道对应发射时间为格林尼治时间下午(北京时间夜晚), 降段近月轨道对应发射时间为格林尼治时间凌晨(北京时间白天)。

3.2.2 载人飞船的发射窗口计算

对比无人探月任务, 载人登月任务的载荷质量要大得多, 而我国难以在短期内研制出拥有可以将所有载人登月载荷一次送抵月球的巨大推力的运载火箭, 因此可能采取地球停泊轨道对接后进入地月转移轨道方案, 参见第一章。这意味着在发射之后进入地月转移轨道之前, 飞船在地球停泊轨道上有一段滑行时间, 这是本小节中载人飞船发射窗口计算时相比无人探测器的一个不同之处。

本小节研究对象是经历发射段—地球停泊段—地月转移段—绕月段—动力下降段的载人登月飞船轨道。与无人探测器发射窗口计算方法类似, 综合考虑各种约束后仍采用着月点→近月点→TLI(TransLunar injection)点→入轨点→发射点倒推的方式, 得到载人登月轨道的发射窗口。除文中明确说明的与无人探测器发射窗口计算区别外, 载人飞船的部分发射窗口计算方法与3.2.1节中所述相似, 因此本小节中将省略这部分内容。为更好的说明设计方法, 仍将一个算例贯穿于该小节。

3.2.2.1 约束条件及计算流程

载人登月任务发射前需要先确定着月点位置。与无人软着月任务不同, 载人登月任务的着月点通常选择在月球赤道附近的低纬度地区, 其原因是为了航天员的安全考虑, 载人飞船的月心段轨道倾角应在 180° 附近, 因此飞船难以到达月面的中高纬度区域。关于这一问题更详细的说明可参考第五章。本算例中选择阿波罗11的着月点附近, 静海(Mare Tranquillitatis)西南角的一个月面较平整区域作为着月点, 月理经纬度为北纬 3.307° , 东经 27.368° 。

载人任务对着月点处的光照条件要求与无人任务不同, 为了软着陆动力下降时航天员有更好的视野, 以及从适当的着月点温度条件考虑, 最利于着陆的时段

是着月点的日出过后^[3]，这实际上是一个非常严格的约束。在阿波罗系列任务中，满足任务的阳光仰角范围只有不到 10° ，而太阳在月面投影点的运动速度约为每天 12.5° ，这意味着对于某一着月点，仅光照单一约束便限制了着月窗口宽度不到一天，而地月转移轨道的飞行时间也比较固定，这意味着一个月中仅有一天适宜发射载人登月飞船。

载人登月的测控约束也与无人软着月任务不同。由于载人飞船月心段轨道倾角的限制，其地月转移轨道近月点通常位于月球的背面，导致近月制动点（LOI, Lunar orbit insertion）难以被地面站测控，需要飞船上的航天员来执行相应的操作。载人飞船着月点的测控要求与无人任务类似，要求着月时刻可被地面站测控。

除此以外，载人飞船地月转移轨道的飞行时间要短于无人探测器，统筹考虑能量与飞行时间后可取为60到75小时。地球停泊轨道上的滑行时间也不能过长，可限制为一圈以内。另外，为了减少任务总时间，载人飞船的环月飞行时间不能像无人探测器那样长，通常控制在一天以内，但是也不能过短，因为这段时间里要完成地面站对飞船的测定轨，登月舱的调试和启动等任务。

下面将本算例中的约束条件选取与取值集中列出。

- (1) 地面测站——位于东部的 QD 站 (36.1°N , 120.4°E) 与西部的 KS 站 (39.5°N , 81.0°E)，最小仰角 5° 。
- (2) 地球停泊轨道倾角—— 28.5° 。
- (3) 地球停泊轨道滑行时间——小于 90 分钟。
- (4) 地月转移轨道飞行时间——60 小时~75 小时。
- (5) 近月点倾角 $170^\circ\sim 180^\circ$ ，高度 100km。
- (6) 环月飞行时间——16 小时~24 小时。
- (7) 着月点太阳仰角 $5^\circ\sim 15^\circ$ ，且为当地早晨；要求可被双站测控。
- (8) 着月点——月理 3.557°N , 27.357°E 。

载人飞船的发射窗口计算流程如图3.12所示。

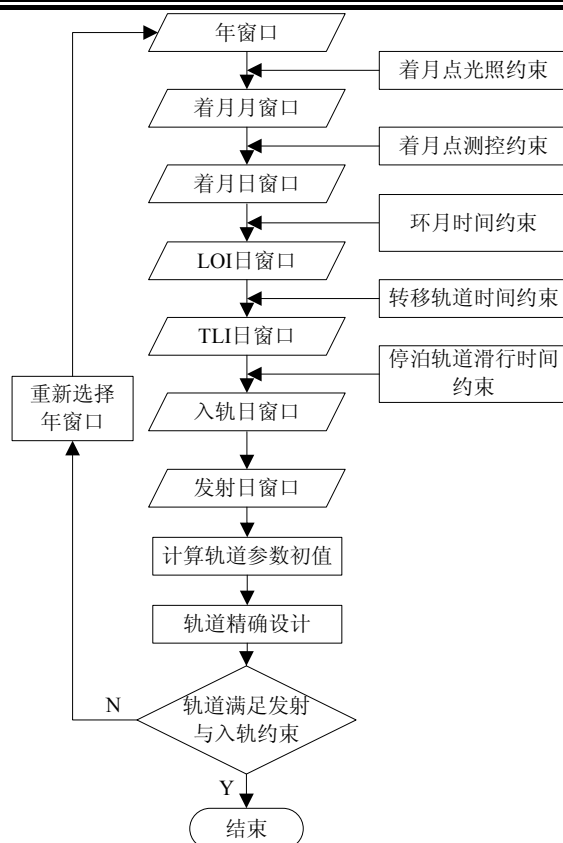


图3.12 载人飞船发射窗口计算流程

3.2.2.2 各特征点窗口的确定

这里我们选择2024年作为任务年份，图3.13表示了2024年全年事先选定的着月点的光照情况，可以看出着月点进入地球本影半影各一次，对应着2024年4月23日的月食。不妨选择2024年12月作为任务的年窗口。



图3.13 载人登月算例着月点光照情况

计算得到的2024年12月份的阳光仰角变化曲线，如图3.14所示，从而得到着月的月窗口 w_l 为6 Dec 2024 21:37~7 Dec 2024 17:24，这一窗口的长度已经在一天以内，因此称其为月窗口或是日窗口已经不重要，为了与考虑测控约束后的窗口加以区分，这里仍称其为月窗口。注意图3.14与图3.7相比，阳光仰角更接近线性变化，原因是着月点几乎在月球赤道上，因此与太阳的纬度差很小，当所分析的地点位于太阳的周月平行圈上时，该地阳光仰角便会呈现线性变化。

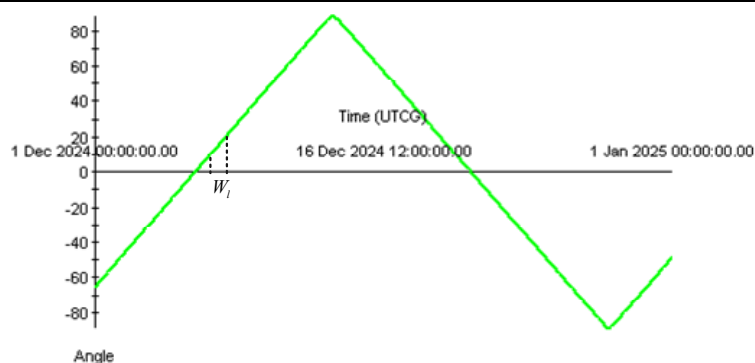


图3.14 2024年12月着月点阳光仰角

选择位于我国东部的QD站与西部的KS站为代表,给出上述月窗口附近时间内这两个测站对月球的测控时段。根据前面列出的约束条件,月球可被双站同时测控方为满足约束,因此测控时段是A站与B站分别测控时段的交集,如图3.15所示。仅考虑测控约束下的着月日窗口 w_{11} 为6 Dec 2024 06:52~6 Dec 2024 12:50与7 Dec 2024 07:19~7 Dec 2024 14:01。综合考虑光照与测控约束的着月日窗口 w'_i 应是 w_i 与 w_{11} 的交集,即7 Dec 2024 07:19~7 Dec 2024 14:01。

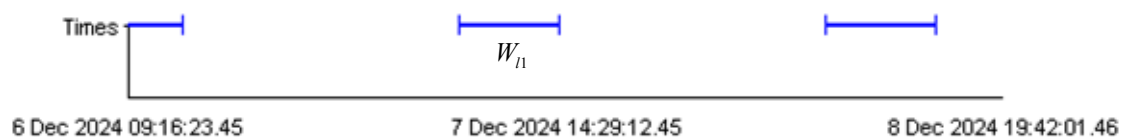


图3.15 测控约束下的着月窗口

用上面得到的着月日窗口减掉16到24小时的绕月飞行时间可得到LOI日窗口为6日7:19~6日22:53;减掉60到75小时的地月转移轨道飞行时间可得到TLI日窗口为3日4:19~4日10:53;减掉90分钟以内的地球停泊轨道滑行时间可得到停泊轨道入轨点日窗口3日2:49~4日10:53;假设运载火箭上升段时间为15分钟,可得到发射日窗口为3日2:34~4日10:38。需要指出的是,由于本算例中认为飞船从地球停泊轨道进入地月转移轨道,故未对发射场位置与TLI位置加以约束,因此计算得到的发射窗口较宽,工程中获得实际约束参数后这一宽度将有所减小。

算例结果中,发射窗口的前沿对应着最长的地球停泊轨道滑行时间90分钟,同时对应着最长的地月转移轨道飞行时间75小时,以及最长的绕月飞行时间24小时;同理,发射窗口的后沿对应运载火箭入轨后直接进入地月转移轨道,对应60小时的地月转移轨道飞行时间以及16小时的环月飞行时间。这就意味着发射窗口的选择与轨道的计算是耦合在一起的,与该算例对应的轨道的设计与计算参见3.3.2节。

3.3 软着月任务地月转移轨道设计

3.3.1 无人软着月探测器的地月转移轨道设计

本小节在3.2.1节内容基础上,首先讨论无人探测器地月转移轨道的设计流程,然后采用二体轨道拼接法给出轨道的初步设计算例,在此基础上使用高精度力模型,完成从发射入轨至软着月前沿的整条轨道精确设计。

3.3.1.1 轨道设计流程

如3.2.1节中所述,在地月转移轨道近地点的六个轨道根数中,轨道倾角 i_E 、近地点高度 h_E 与真近点角 f_E 均已事先确定,因此设计变量应取为 e, Ω, ω 。对应3.2.1节中的算例,近地点高度指定200km,倾角指定 28.5° ,真近点角为 0° ,入轨点历元(TLI时刻)从 w'_i 中任意选定为10日16:00。利用二体假设可给出偏心率,升交点赤经和近地点幅角的初值,具体为:

$$e_0 = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \approx 0.967 \quad (3.48)$$

其中, e_0 为偏心率初值, r_a 为地心椭圆远地距,根据算例中历元取为396000km, r_p 为地心椭圆近地距,取为6578km。

$$\Omega_0 = 180^\circ + \alpha - \arcsin \frac{\tan |\delta|}{\tan i_E} \quad (3.49)$$

其中, Ω_0 为升交点赤经初值, α 为近地点赤经,根据近月点历元计算得到其范围是 $-155.0^\circ \sim -142.6^\circ$, δ 为近地点赤纬,取值范围是 $-12.3^\circ \sim -15.5^\circ$, i 为轨道倾角。计算得到 Ω_0 在 $1.4^\circ \sim 6.7^\circ$ 之间,取平均值 $\Omega_0 = 4.1^\circ$ 。

$$\omega_0 = 180^\circ + \arcsin \frac{\sin |\delta|}{\sin i_E} \quad (3.50)$$

其中, ω_0 为近地点幅角初值。计算得到 ω_0 在 $206.5^\circ \sim 214.0^\circ$ 之间,取平均值 $\omega_0 = 210.3^\circ$ 。

约束参数 $h_L, i_L, \Delta t$ 的取值参见3.2.1节。确定了设计变量与约束参数后,首先在双二体假设下搜索满足约束条件的轨道,得到二体拼接轨道后,将获得的设计变量作为初值带入精确轨道的搜索计算中,具体设计流程如图3.16所示。设计变量的调整方法有很多种,本文选用了微分修正算法,详细的算法描述参见第五章。

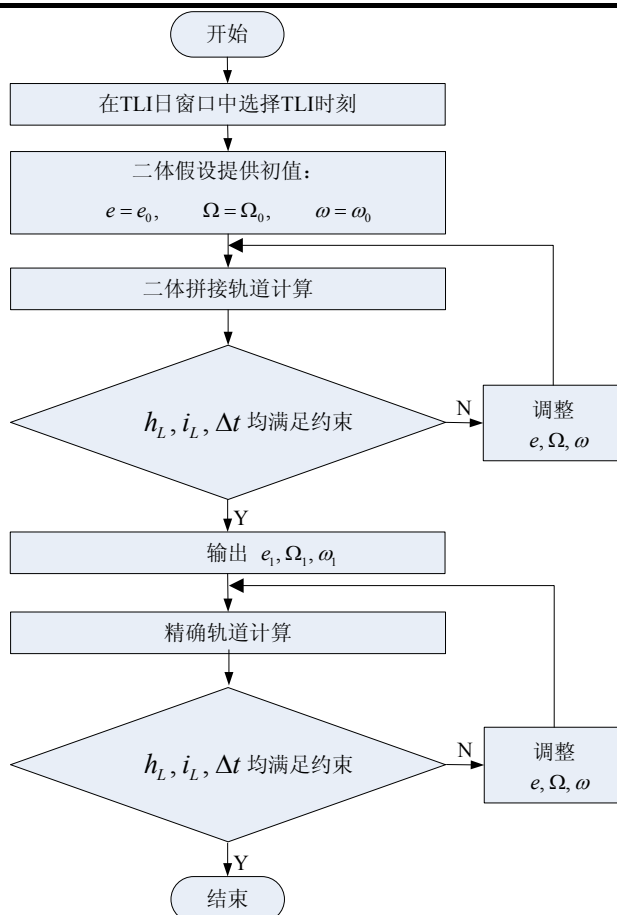


图3.16 无人软着月探测器地月转移轨道设计流程

3.3.1.2 轨道初步设计结果

3.3.1.1节中已经给出二体假设下 e, Ω, ω 三个设计变量的初值，经过二体轨道拼接法下的搜索计算，得到无人软着月探测器的初步地月转移轨道，其TLI处轨道参数与LOI处轨道参数如表3.5所示。

表 3.5 无人探测器地月转移轨道特征点轨道参数

	历元	半长轴 (km)	偏心率	倾角(°)	升交点赤经(°)	纬度幅角(°)	高度(km)	速度(km/s)
TLI	10 日 16:00	202089.1	0.9674	28.5	8.1	212.3	201.3	10.919
LOI	15 日 09:12	-10011.7	1.1936	90.0	311.6	335.4	199.7	2.356

观察表3.5可以发现，TLI处的偏心率、升交点赤经以及纬度幅角均与二体假设下给出的初值 e_0, Ω_0, ω_0 非常接近，说明二体假设虽然粗略，但用来提供初值是有效的。另外还能看出，飞行时间、近月点高度与倾角等约束参数在事先指定的范围内。地月转移轨道初步算例的特征点处状态参数如表3.6所示。

表 3.6 无人探测器地月转移轨道初步算例特征点状态参数

特征点	TLI	入口点		LOI
历元 (UTC)	10 日 16:00:00.00	14 日 13:57:50.39		15 日 09:40:43.68
坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	月心平赤道坐标系
X(km)	-5072.22	306660.99	-42591.89	1170.15
Y(km)	-3838.33	208965.61	47912.38	-1316.96
Z(km)	-1676.23	88927.85	-15695.04	-807.29
Vx(km/s)	6.9135	0.1178	0.5245	0.6525
Vy(km/s)	-7.2124	0.2861	-0.5901	-0.733
Vz(km/s)	-4.4048	0.1448	0.1219	2.1416

3.3.1.3 轨道精确设计结果

得到了入轨窗口与轨道根数初值后，建立高精度力模型，结合数值积分与微分改正搜索算法来获得转移及绕月轨道的精确解。力模型的选择分为两段：位于月球影响球之外的转移轨道，称为地心段；位于月球影响球之内的转移轨道及绕月轨道，称为月心段。这两段的模型参见表3.7。

表 3.7 精确轨道力模型

轨道分段	中心引力场	其他引力体	其他摄动力
地心段	地心 WGS84 模型 30×30 阶	月球 太阳	大气阻力 太阳光压
月心段	月心 LP165P 模型 50×50 阶	地球 太阳	太阳光压

微分改正法在轨道搜索中是一种简单高效的算法，具体描述参见第五章，此处不再赘述，仅给出搜索得到的精确轨道结果，该轨道在特征点处的轨道参数如表3.8所示，特征点处状态参数如表3.9所示。设计得到的转移轨道在近月点施加冲量制动，进入200km高绕月轨道，绕月约9天后进行霍曼转移进入远地点200km，近地点15km高的轨道，飞行约1天后到达动力下降段前沿，如图3.18所示。

表 3.8 无人探测器地月转移轨道精确算例特征点参数

	历元	半长轴 (km)	偏心率	倾角(°)	升交点赤经(°)	纬度幅角(°)	高度(km)	速度(km/s)
TLI	10 日 16:00	207573.0	0.9683	28.5	8.9	212.8	201.3	10.921
LOI	15 日 09:12	-7840.4	1.2471	89.3	310.8	332.2	199.3	2.385
动力下降段前沿	25 日 10:14	1847.9	0.0508	90.1	310.6	22.0	15.9	1.714

表 3.9 无人探测器地月转移轨道精确算例特征点状态

特征点	TLI	LOI	动力下降前沿
历元 (UTC)	10 日 16:00:00.00	15 日 09:12:36.84	22 日 10:14:21.16
坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	月心平赤道坐标系
X(km)	-4983.74	1111.63	1056.92
Y(km)	-3943.07	-1305.44	-1236.59
Z(km)	-1698.39	-902.11	656.31
Vx(km/s)	7.0825	0.7432	-0.4199
Vy(km/s)	-7.064	-0.825	0.4845
Vz(km/s)	-4.382	2.1101	1.5892

将轨道精确设计结果利用STK软件进行仿真计算,得到了表3.10、图3.17与图3.18。将表3.10中数据与3.2.1.2节中列出的约束条件对比可以看出这条精确轨道满足事先提出的各种约束。从图3.17中可以将三维空间下的二体拼接轨道与在其基础上重新计算得到的精确轨道进行直观对比,可以看出两条轨道整体形状相似,在地球与月球附近的的空间位置非常接近。回顾2.3节中的结论,可以这样总结:二体拼接法设计的轨道不能用以替代精确轨道的精度,但可以表征精确轨道的特征与性质,同时这一思想也指导了4.2节中对月地转移轨道性质的分析研究。

图3.18左半部分反映了探测器到达近月点时刻轨道与着月点以及地球(月固系x轴近似指向地球)之间的位置关系;右半部分是本文设计的精确轨道在雨海附近区域的星下点轨迹,以及依据约束条件事先确定的动力下降段轨迹,它们在动力下降段前沿很好的拼接在一起。这验证了设计方法的正确性。

表 3.10 无人探测器地月转移轨道精确算例满足约束情况

入轨点		近月点		动力下降段前沿				着月点	飞行时间	
经度	纬度	A 站仰角	B 站仰角	经度	距着月点距离	A 站仰角	B 站仰角	太阳仰角	转移	绕月
170.0°	-15.1°	43.1°	68.1°	-35.0°	489.9km	20.7°	-8.9°	28.2°	113.2h	10.04d

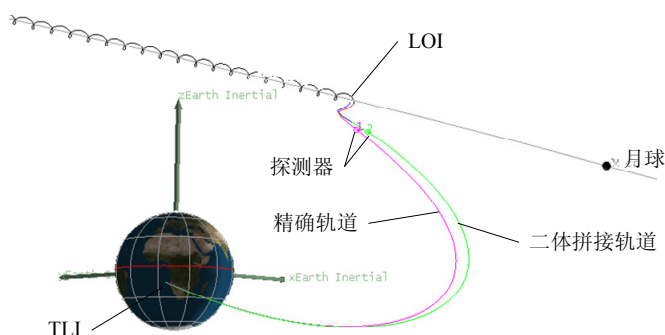


图3.17无人探测器地月转移轨道精确算例全景

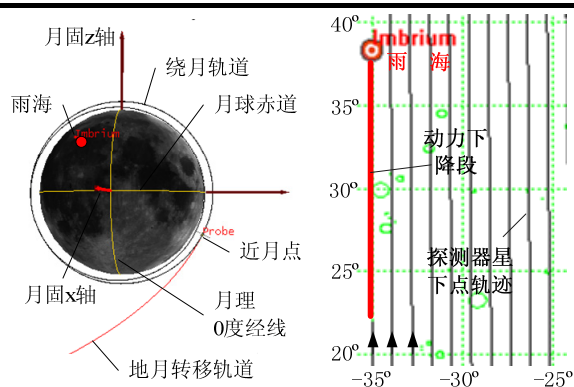


图3.18无人探测器地月转移轨道精确算例环月轨道

3.3.2 载人飞船的地月转移轨道设计

3.3.2.1 轨道设计流程

3.2.2节中曾指出，载人飞船地球停泊轨道入轨点的六个轨道根数中，轨道倾角 i_E 、近地点高度 h_E 与真近点角 f_E 均根据发射场与运载火箭的确定而事先确定，通常地球停泊轨道选择圆轨道，因此轨道偏心率 e_E 与近地点辐角 ω_E 均应为0，只有升交点赤经 Ω_E 可做小幅度调整。其余的设计变量为地球停泊轨道滑行时间 Δt_E ，以及TLI速度脉冲大小 Δv 。对应3.2.2节中的算例，近地点高度指定200km，倾角指定 28.5° ，真近点角为 100° ，发射时刻从计算获得的发射日窗口中选择3 Dec 2024 17:08:00.00，考虑运载火箭上升段时间15分钟，得到停泊轨道入轨时刻为3 Dec 2024 17:23:00.00。利用二体假设可给出停泊轨道升交点赤经、滑行时间与TLI速度脉冲的初值，计算过程与3.3.1.1节中类似，这里仅给出取值

$$\begin{cases} \Omega_0 = 1.32^\circ \\ \Delta t_{E0} = 678s \\ \Delta v_0 = 3.154km/s \end{cases} \quad (3.51)$$

约束参数 h_L 、 i_L 、 Δt 的取值参见3.2.2节。确定了设计变量与约束参数后，首先在双二体假设下搜索满足约束条件的轨道，得到二体拼接轨道后，将获得的设计变量作为初值带入精确轨道的搜索计算中，具体设计流程如图3.19所示。

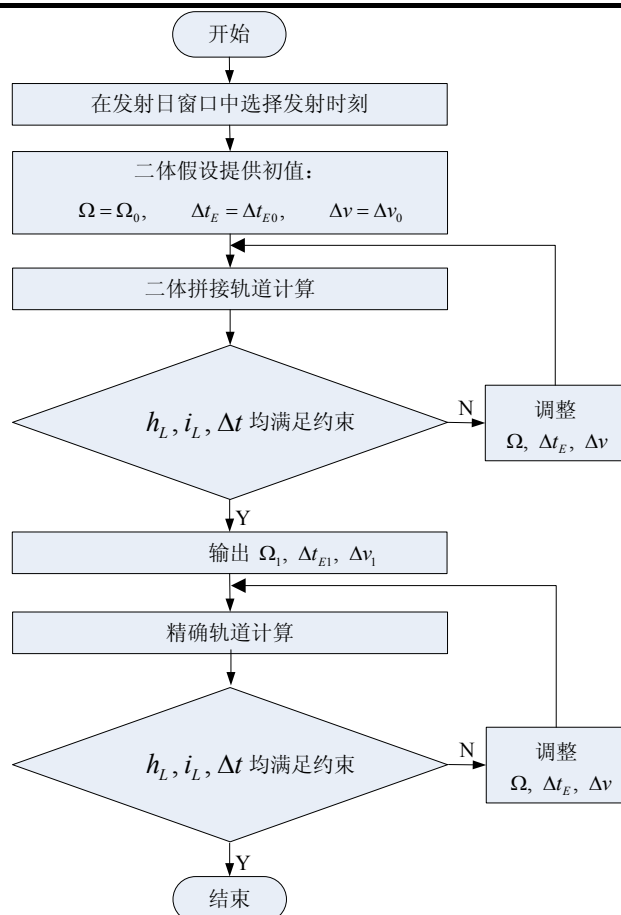


图3.19 载人飞船地月转移轨道设计流程

3.3.2.2 轨道初步设计结果

经过二体轨道拼接法下的搜索计算，得到载人飞船的初步地月转移轨道，其地球停泊轨道入轨点（EOI，Earth orbit insertion）轨道参数、TLI处轨道参数与LOI处轨道参数如表3.11所示。

表 3.11 载人飞船地月转移轨道特征点轨道参数

	历元	半长轴 (km)	偏心率	倾角 (°)	升交点 赤经(°)	纬度幅 角(°)	高度 (km)	速度 (km/s)
EOI	3日 17:23	6578.0	0	28.5	0.6	100	204.6	7.784
TLI	3日 17:58	284645.5	0.9769	28.5	0.6	146.4	201.3	10.945
LOI	6日 12:06	-3792.3	1.4857	173.1	200.1	238.2	103.7	2.572

从表3.11中可以看出，飞行时间、近月点高度与倾角等约束参数在事先指定的范围内。地月转移轨道初步算例的特征点处状态参数如表3.12所示。

表 3.12 载人飞船地月转移轨道初步算例特征点状态参数

特征点	EOI	TLI	入口点		LOI
历元 (UTC)	3 日 17:23:00.00	3 日 17:58:58.87	5 日 22:05:04.36		6 日 12:06:25.53
坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	月心平赤道坐标系
X(km)	-1203.35	-5511.64	240978.95	-760.85	1447.77
Y(km)	5680.43	3141.88	-200244.2	65572.56	-1123.18
Z(km)	3091.06	1737.95	-110123	7460.56	-187.31
Vx(km/s)	-7.6528	-5.9739	0.8575	0.0855	-1.5866
Vy(km/s)	-1.2702	-8.0741	-0.45	-1.1894	-2.018
Vz(km/s)	-0.6449	-4.3488	-0.249	-0.1384	-0.1624

3.3.2.3 轨道精确设计结果

经3.3.2.2节中初步设计后得到设计变量初值

$$\begin{cases} \Omega_1 = 0.62^\circ \\ \Delta t_{EI} = 684.0s \\ \Delta v_1 = 3.161km/s \end{cases} \quad (3.52)$$

在高精度力模型下搜索得到的载人飞船地月转移轨道特征点处的轨道参数如表3.13所示，特征点处状态参数如表3.14所示。注意表3.13中LOI速度比表3.8中增加了约200m/s，其原因一是载人飞船飞行时间较短，导致TLI与LOI处速度均相应提高，另外一个原因是在这两个算例中，选择的环月轨道高度不同。

表 3.13 载人飞船地月转移轨道精确算例特征点参数

	历元	半长轴 (km)	偏心率	倾角(°)	升交点赤经(°)	纬度幅角(°)	高度(km)	速度(km/s)
EOI	3 日 17:23	6578.1	0	28.5	1.0	100	199.9	7.784
TLI	3 日 17:59	282974.6	0.9768	28.5	0.7	146.8	185.6	10.958
LOI	6 日 12:48	-3743.1	1.4896	172.6	209.9	249.2	94.5	2.581

表 3.14 载人飞船地月转移轨道精确算例特征点状态

特征点	EOI	TLI	LOI	动力下降段前沿
历元 (UTC)	3 日 17:23:00.00	3 日 17:58:58.87	6 日 12:06:25.53	7 日 09:13:01.43
坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	月心平赤道坐标系
X(km)	-1203.35	-5511.64	1447.77	-1696.4
Y(km)	5680.43	3141.88	-1123.18	-734.44
Z(km)	3091.06	1737.95	-187.31	27.25
Vx(km/s)	-7.6528	-5.9739	-1.5866	-0.6459
Vy(km/s)	-1.2702	-8.0741	-2.018	1.4777
Vz(km/s)	-0.6449	-4.3488	-0.1624	0.2089

载人飞船地月转移轨道精确算例对应的约束参数值如表3.15所示，将其中数据

与3.2.2.1节中列出的约束条件对比可以看出该轨道满足要求的各约束条件。将轨道精确设计结果利用软件STK进行仿真计算，得到了图3.20、图3.21、图3.22、图3.23以及图3.24。

表 3.15 载人飞船地月转移轨道精确算例满足约束情况

飞行时间	地球停泊轨道	35.9m
	地月转移轨道	66.1h
	着月前环月轨道	18.4h
动力下降段前沿	KS 站仰角	22.8°
	QD 站仰角	38.7°
	月理经度	42.3°
	月理纬度	1.8°
着月点	太阳仰角	15.9°
近月点	高度	94.5km
	倾角	172.6°

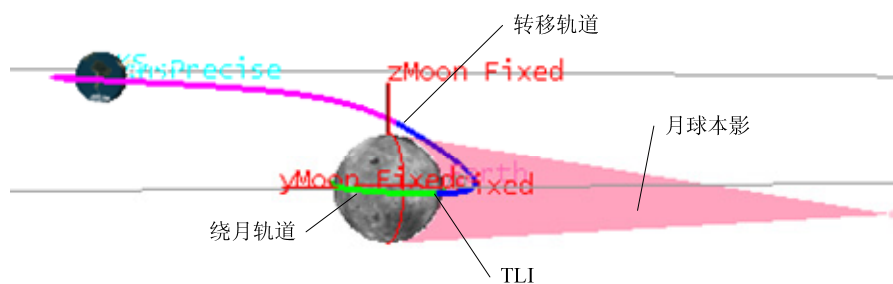


图3.20载人飞船地月转移轨道全景（发射时刻）

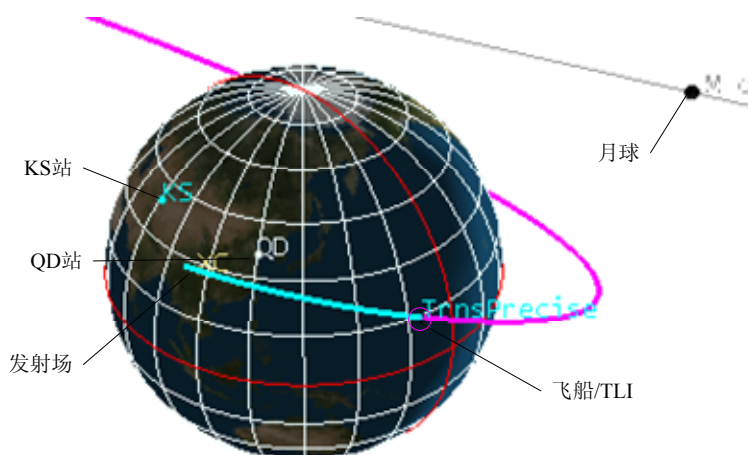


图3.21载人飞船地月转移轨道局部（TLI时刻）

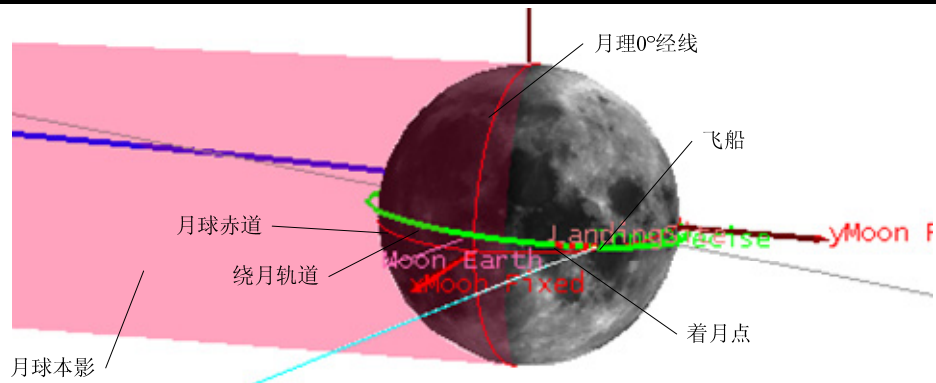


图3.22载人飞船地月转移轨道局部（动力下降段前沿）

图3.20展示了从月心惯性系视角观察的发射时刻载人飞船地月转移轨道全景，从中可以看出整条轨道的空间形状。图3.21展示了地心惯性系视角下TLI时刻飞船轨道的局部三维图形，从中可以看出TLI点与发射场、地面测站以及当时的月球间的空间关系。图3.22展示了月心惯性系视角下飞船位于动力下降段前沿时的三维图形，从中可以看出着月点、绕月轨道、月球赤道与 0° 经线以及太阳光线等之间的空间关系。图3.23展示了载人飞船整个飞行轨迹在月面的投影，图3.24展示了着月点附近的飞船月面星下点轨迹，从中可以看出飞船绕月10圈后其星下点轨迹经过着月点，保证了任务能够完成，并从一定程度上验证了该设计方法的正确性。

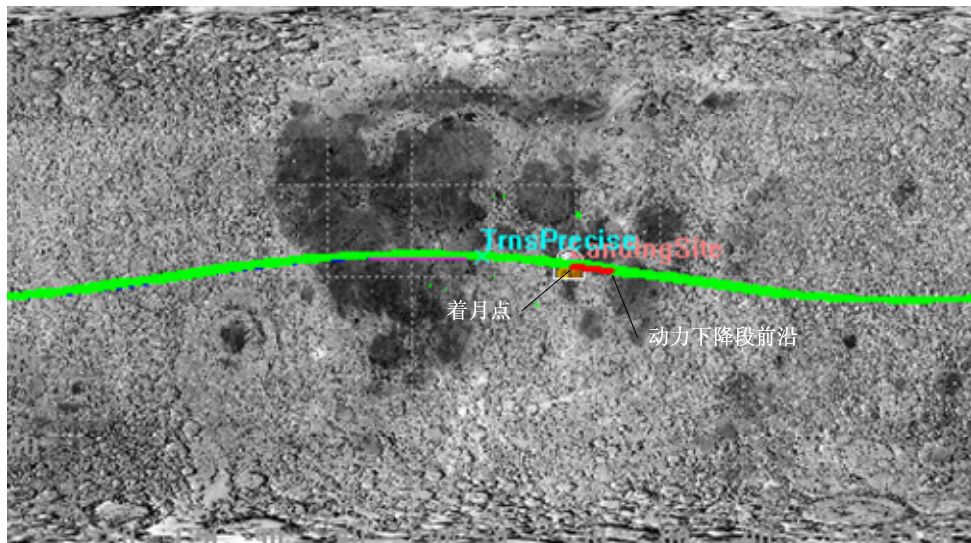


图3.23载人飞船地月转移轨道月面星下点轨迹全景

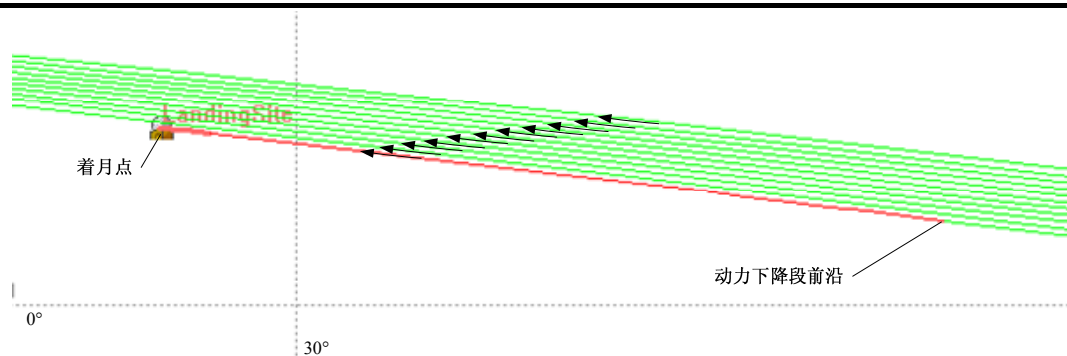


图3.24 载人飞船地月转移轨道月面星下点轨迹局部

3.4 本章小结

本章给出了一种改进的地月转移轨道计算模型，研究了软着月任务对应的发射窗口计算与地月转移轨道设计问题，主要工作和结论如下：

- 1) 改进了已有的地月转移轨道计算模型。文献[5]、[26]中曾建立了一种解析模型，可将地月转移轨道设计这一复杂的两点边值问题简化为二次方程表示的代数问题，但其对月球运行轨迹做了过多假设导致精度受到较大影响。本文抛开此假设，将月球状态信息直接融入解析模型中，通过重新推导相应公式对原模型进行了细化改进。通过算例与原模型对比后表明，改进模型可以提供更高的精度，计算结果更适宜作为精确设计的初值。
- 2) 研究了软着月任务的发射窗口计算问题。针对无人软着月探测和载人登月两种典型的软着月任务，综合考虑测控、光照、能量、着月点、发射入轨以及轨道动力学等多种约束与月球天平动的影响，设计了软着月任务发射窗口计算的一般步骤，给出了各特征点窗口计算方法。在文中指定参数约束下，研究得到的主要结论如下：
 - a) 无人软着月探测器每个月有一到两次发射机会，每次发射机会跨度为1天~5天，每天内的发射窗口持续约2小时50分，同一次发射机会内每天的发射窗口比前一天推迟50分钟。
 - b) 载人登月飞船因为受到严格的着月点光照约束，针对一个事先确定着月点，在不提供用于变轨的额外能量前提下，每个月仅有约1天时间适宜发射。
- 3) 给出了软着月任务的地月转移轨道设计方法。分别针对无人软着月任务和载人登月任务，给出了地月转移轨道的设计流程，在通过前文方法获得任务发射窗口后，采用二体轨道拼接法给出轨道的初步设计算例，在此基础上使用高精度力模型，完成从发射入轨至软着月前沿的整条轨道精确设计。因约束条件不同，无人软着月探测器与载人登月飞船的地月转移轨道

设计参数也明显不同，无人任务的设计变量为TLI处的轨道偏心率、升交点赤经与近地点辐角，而载人任务的设计变量为地球停泊轨道的升交点赤经、停泊轨道滑行时间以及TLI速度增量。

第四章 载人登月月地转移轨道设计

国内可查阅的文献中对月地转移段的轨道设计所做工作相对较少。月地转移轨道与地月转移轨道空间形状虽然近乎对称，但在设计过程却存在很大差异，因此不能采用与地月转移轨道相同的设计方法。针对月地转移轨道的设计方法，国外的详细设计文献难以获得，可以查阅的多是简单的参数或过程的介绍，以及一些几何特征上的分析。在国内，文献[50]中首次建立了月地转移轨道的数学模型，并分析了该类型轨道的一部分性质，但是得到的部分结论不够实用，所做工作亦值得进一步深入研究；文献[53]在此基础上将工作向前做了推进。上述文献所做工作均面向无人月球探测器的月地转移轨道，而对于载人登月工程来说又存在着一些新的特点，例如初始轨道倾角、转移时间等参数和地球再入过程将受到额外的约束，因此有必要针对载人登月任务的月地转移轨道开展进一步研究。

本章首先阐述了月地转移轨道数学模型的建立方法，基于此模型对月地转移轨道参数间的联系、变化特点等方面进行了详细的计算、分析与讨论，然后提交了多种约束存在情况下月地转移轨道的设计流程，最后给出了载人登月月地转移轨道的初步与精确设计算例。在这一过程中，论文将重点分析载人登月轨道的独有特点及其给轨道设计工作带来的影响。

4.1 月地转移轨道的一种建模方法

本小节论文中，将在三维空间中建立月地转移轨道的数学模型。此模型比较接近真实情况，可为进一步的精确设计提供精度较高的初值，能够缩短精确轨道设计所耗时间。本文所做工作是在双二体模型下进行的。在此模型下，月地转移轨道分为两段：首先是位于月球影响球内的月心段，此段忽略地球引力，轨道为月心圆锥曲线；然后是飞出影响球后的地心段，此段忽略月球引力，轨道为地心圆锥曲线；在影响球边界上，将两段圆锥曲线拼接为一个整体。文中讨论的前提是飞船在绕月圆轨道上运行，并在其间某点加速后进入返回地球的轨道。

为方便分析计算，我们选择飞船到达出口点（月球影响球边界上的拼接点）时刻的白道面作为基准平面，建立白道坐标系（定义参见第二章），在此坐标系中研究登月飞船的月地转移轨道。下文中使用的月心经纬度也是在月心白道坐标系中定义的。白道面上月心纬度为 0° ，沿 z 轴正方向为北纬 $0^\circ \sim 90^\circ$ ，负方向为南纬 $0^\circ \sim 90^\circ$ 。以 xz 平面作为经度的起始子午面，向 y 轴正方向度量为东经 $0^\circ \sim 180^\circ$ ，负方向为西经 $0^\circ \sim 180^\circ$ 。本节内如无特别说明，轨道参数均表示在月心或地心白道坐标系内，相对月球的经纬度均为月心经纬度。

4.1.1 轨道初始参数的选取

图4.1示意了月地转移轨道在月球影响球处的几何关系，具体又分两种情况：图4.1(a)中出口点B（即飞船到达影响球上的点）距月心段轨道升交点更近，这里称之为升段出口；图4.1(b)中出口点B距月心段轨道降交点更近，称为降段出口。图4.1中，出口点B的月心经纬度为 λ_B 、 ϕ_B ，飞船的轨道相对白道的倾角为 i^L （上标E和L分别表示相对地心和月心的参数），升交点的月心经度为 Ω^L 。

月地转移轨道虽然分为两段，但因为只是在月球影响球边界上将飞船相对月心的状态转变为相对地心的状态，而地月的相对状态已知，所以月地转移轨道的独立参数仍为6个。初始参数的选取可以有多种方式，为了便于实现轨道的计算和拼接，选其为B点的月心经度 λ_B 、月心纬度 ϕ_B ，飞船圆形绕月轨道高度 h^L 、倾角 i^L 、加速点C处的速度倾角 Θ_C ，飞船在B点的月心速度矢量 \vec{v}_B^L 与月心位置矢量 \vec{r}_B^L 的夹角（月心速度倾角） ε 。

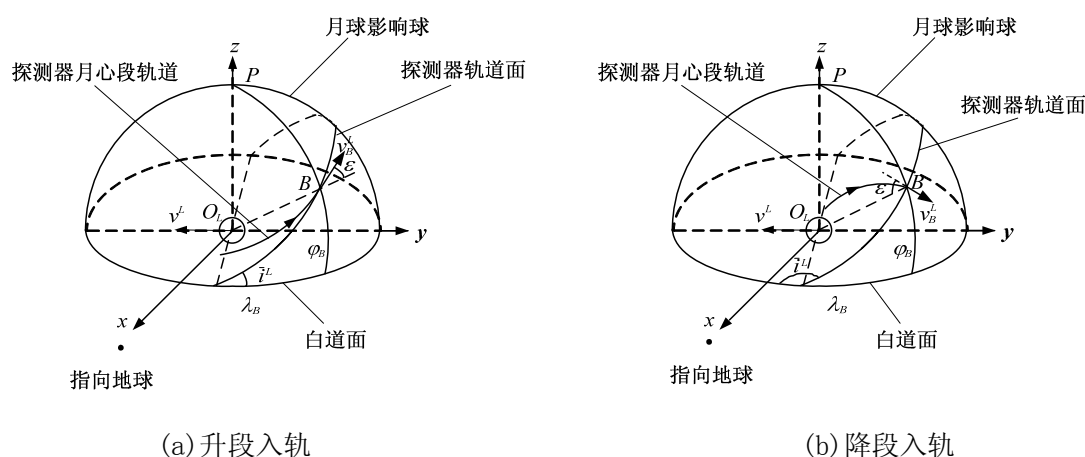


图4.1 月地转移轨道月球影响球处示意图

4.1.2 月地转移轨道的建立

根据几何关系可以确定出口点处飞船的月心速度方向，然后根据能量守恒和动量矩守恒求得月心速度大小，由此依靠二体理论可以确定月心段轨道；将出口点处月心位置、速度转换为地心位置、速度后，可以确定地心段轨道。

1. 出口点月心速度方向

设B点相对地心和月心的位置矢量分别为 \vec{r}_B^E 、 \vec{r}_B^L ，则

$$\vec{r}_B^L = \begin{bmatrix} x_B^L \\ y_B^L \\ z_B^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_L \cos \phi_B \cos \lambda_B \\ \rho_L \cos \phi_B \sin \lambda_B \\ \rho_L \sin \phi_B \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\vec{r}_B^E = \begin{bmatrix} x_B^E \\ y_B^E \\ z_B^E \end{bmatrix} = \vec{r}_B^L - \begin{bmatrix} R_{EL} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_L \cos \phi_B \cos \lambda_B - R_{EL} \\ \rho_L \cos \phi_B \sin \lambda_B \\ \rho_L \sin \phi_B \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

其中, ρ_L 为月球影响球半径, R_{EL} 为地月距。

所以, 由式(4.2)可得B点的地心距 r_B^E 为

$$\begin{aligned} r_B^E &= \sqrt{(\rho_L \cos \phi_B \cos \lambda_B - R_{EL})^2 + (\rho_L \cos \phi_B \sin \lambda_B)^2 + (\rho_L \sin \phi_B)^2} \\ &= \sqrt{R_{EL}^2 + \rho_L^2 - 2R_{EL}\rho_L \cos \lambda_B \cos \phi_B} \end{aligned} \quad (4.3)$$

由几何关系可知, 升交点月心经度 $\bar{\Omega}^L$ 为

$$\begin{cases} \bar{\Omega}^L = \lambda_B - \arcsin \frac{\tan \phi_B}{\tan i^L} \\ \bar{\Omega}^L = \lambda_B + \arcsin \frac{\tan \phi_B}{\tan i^L} + 180^\circ \end{cases} \quad (4.4)$$

设B点的纬度幅角为 u_B , 则

$$\begin{cases} u_B = \arcsin \frac{\sin \phi_B}{\sin i^L} \\ u_B = 180^\circ - \arcsin \frac{\sin \phi_B}{\sin i^L} \end{cases} \quad (4.5)$$

式(4.4)、(4.5)中, 第一、二式分别对应升、降段出口的情况, 参见图4.1 (a)、(b)。

为便于计算B点月心速度, 建立当地速度坐标系。X轴与飞船速度方向重合, Z轴与月心段轨道动量矩方向重合, Y轴由右手定则确定。可知B点飞船的月心速度在当地速度坐标系中的单位矢量 $[1 \ 0 \ 0]^T$, 将其旋转到月心白道坐标系中, 得到出口点处飞船月心速度 \hat{v}_B^L 为

$$\hat{v}_B^L = \begin{bmatrix} l_B^L \\ m_B^L \\ n_B^L \end{bmatrix} = R_3(-\bar{\Omega}^L)R_1(-i^L)R_3(-\varepsilon - u_B) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

其中, R_1 、 R_2 、 R_3 分别为绕X、Y、Z轴旋转的初等转换矩阵。

2. 出口点月心、地心速度矢量

设B点相对月心的速度矢量为

$$\vec{v}_B^L = [\dot{x}_B^L \ \dot{y}_B^L \ \dot{z}_B^L]^T \quad (4.7)$$

可知 \vec{v}_B^L 与单位矢量 \hat{v}_B^L 平行, 于是有

$$\begin{cases} \dot{y}_B^L = \frac{m_B^L}{l_B^L} \cdot \dot{x}_B^L \\ \dot{z}_B^L = \frac{n_B^L}{l_B^L} \cdot \dot{x}_B^L \end{cases} \quad (4.8)$$

考虑月心段轨道, 由能量守恒可得

$$v_B^L = v_C^2 + 2\mu_L \left(\frac{1}{r_B^L} - \frac{1}{r_C} \right) \quad (4.9)$$

其中, $r_B^L = \rho_L$, v_C 为飞船在近月点的速度, r_C 为近月距。另外, 由动量矩守恒可得

$$r_C \cdot v_C \cos \Theta_C = r_B^L \cdot v_B^L \cos \Theta_B^L \quad (4.10)$$

其中, $\Theta_B^L = 90^\circ - \varepsilon$ 。将式(4.10)代入式(4.9), 可解得

$$v_C^2 = 2\mu_L \left(\frac{1}{r_B^L} - \frac{1}{r_C} \right) \cdot \frac{(r_B^L \cdot \cos \Theta_B^L)^2}{(r_C \cdot \cos \Theta_C)^2 - (r_B^L \cdot \cos \Theta_B^L)^2} \quad (4.11)$$

得到 v_C 后, 由式(4.10)可得

$$v_B^L = \frac{v_C \cdot r_C \cdot \cos \Theta_C}{r_B^L \cdot \cos \Theta_B^L} \quad (4.12)$$

已知 v_B^L 大小, 由式(4.7)、(4.8)可得

$$\begin{cases} \dot{x}_B^L = l_B^L \cdot s \\ \dot{y}_B^L = m_B^L \cdot s \\ \dot{z}_B^L = n_B^L \cdot s \end{cases} \quad (4.13)$$

其中

$$s = \frac{v_B^L}{\sqrt{l_B^L^2 + m_B^L^2 + n_B^L^2}} \quad (4.14)$$

这样我们就得到了B点处的飞船月心速度的三个分量 \dot{x}_B^L 、 \dot{y}_B^L 、 \dot{z}_B^L , 由式(4.7)可确定 \vec{v}_B^L , 这样便得到了出口点的月心速度矢量。

3. 月地转移轨道月心段参数

如图4.2所示, 绕月轨道加速点为C, 飞船在C点的月心速度矢量为 \vec{v}_C , 位置矢量为 \vec{r}_C ; 在B点的月心速度矢量为 \vec{v}_B^L , 位置矢量为 \vec{r}_B^L 。从C到B的轨道即为我们讨论的月地转移轨道月心段。

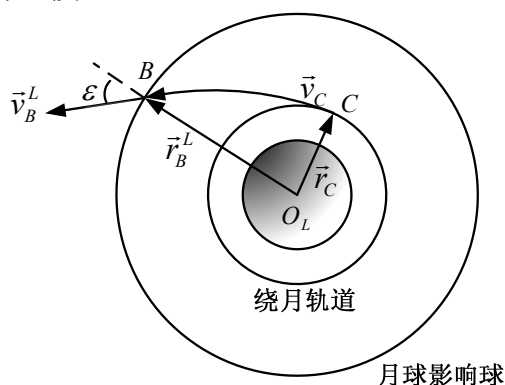


图4.2 飞船月心段轨道

简单地讲, 月心段轨道既可以是椭圆, 也可以是抛物线或双曲线。但月球本身相对地球有1.018km/s的平均速度, 经分析计算, 月心段为椭圆或抛物线的月地

转移轨道，距离地球最近也在 $5 \times 10^4 \text{ km}$ 以上，因此无法应用于实际工程。所以，在月心轨道参数计算中只要考虑双曲线的情况，根据二体理论即可求得相应的半长轴 a^l 、偏心率 e^l 、近月距 r_c 、B点真近点角 f_B^l 以及飞行时间 Δt^l 等轨道参数，限于篇幅，具体计算方法此处不详细介绍。

以上求得的月心位置、速度矢量以及轨道根数等均在白道坐标系中，更多的时候需要将其转换到月心平赤道坐标系中。设月心平赤道坐标系中B点的速度矢量为 \vec{v}_B^{LM} ，位置矢量为 \vec{r}_B^{LM} ，则有

$$\begin{cases} \vec{r}_B^{LI} = \mathbf{M}_{LI}^{-1} \cdot \vec{r}_B^L \\ \vec{v}_B^{LI} = \mathbf{M}_{LI}^{-1} \cdot \vec{v}_B^L \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \vec{r}_B^{LM} = \mathbf{M}_{LM} \cdot \vec{r}_B^{LI} \\ \vec{v}_B^{LM} = \mathbf{M}_{LM} \cdot \vec{v}_B^{LI} \end{cases} \quad (4.16)$$

其中， \mathbf{M}_{LI} 与 \mathbf{M}_{LM} 的定义参见式(2.27)与式(2.45)。获得月心平赤道坐标系中B点位置速度后，可以进一步计算在该坐标系中的轨道倾角 i_{LM} 、升交点赤经 Ω_{LM}

$$\cos i_{LM} = \frac{h_Z^{LM}}{h^{LM}} \quad (4.17)$$

$$\tan \Omega_{LM} = \frac{h_X^{LM}}{-h_Y^{LM}} \quad (4.18)$$

其中

$$\vec{h}_{LM} = \begin{bmatrix} h_X^{LM} \\ h_Y^{LM} \\ h_Z^{LM} \end{bmatrix} = \vec{r}_B^{LM} \times \vec{v}_B^{LM} \quad (4.19)$$

4. 月地转移轨道地心段参数

得到出口点的月心速度矢量 \vec{v}_B^l 后，出口点处的地心速度矢量为

$$\vec{v}_B^E = \vec{v}_B^L + \vec{v}_L^E \quad (4.20)$$

其中， \vec{v}_L^E 为月球的地心速度矢量，可通过查询DE405/LE405获得月球在地心天球坐标系中的速度矢量，然后按照式(A.24)转换到地心白道坐标系中获得，这样便有

$$\vec{v}_B^E = [\dot{x}_B^L + \vec{v}_{Lx}^E \quad \dot{y}_B^L + \vec{v}_{Ly}^E \quad \dot{z}_B^L + \vec{v}_{Lz}^E]^T \quad (4.21)$$

如果对精度要求不高，可认为月球公转轨道为圆轨道，月球速度方向与地月连线垂直，这样便可简化为

$$\vec{v}_B^E = [\dot{x}_B^L \quad \dot{y}_B^L - v_L \quad \dot{z}_B^L]^T \quad (4.22)$$

其中 v_L 为月球公转的平均速率。另外，要计算月地转移轨道的地心段参数，还需求得地心轨道在B点处的航迹角

$$\Theta_B^E = \arcsin \frac{\vec{r}_B^E \cdot \vec{v}_B^E}{r_B^E v_B^E} \quad (4.23)$$

从而可求得月地转移轨道地心段轨道参数，包括半长轴 a^E 、偏心率 e^E 、近地距 r_A 、近地点速度 v_A 、B点的真近点角 f_B^E 、A点真近点角 f_A^E 以及飞行时间 Δt^E 等（A为近地点），具体计算方法此处略去。

将由式(4.2)得到的 \vec{r}_B^E 和式(4.21)得到的 \vec{v}_B^E 转换到地心天球坐标系中，有

$$\begin{cases} \vec{R}_B = \mathbf{M}_{LI}^{-1} \cdot \vec{r}_B^E \\ \vec{V}_B = \mathbf{M}_{LI}^{-1} \cdot \vec{v}_B^E \end{cases} \quad (4.24)$$

其中， \vec{R}_B 、 \vec{V}_B 为地心天球坐标系中飞船在B点的位置矢量与速度矢量， \mathbf{M}_{LI} 定义与式(4.15)中相同。地心天球坐标系中的轨道倾角 i_E 、升交点赤经 Ω_E 可按式(4.25)与式(4.26)计算。

$$\cos i_E = \frac{h_z}{h} \quad (4.25)$$

$$\tan \Omega_E = \frac{h_x}{-h_y} \quad (4.26)$$

其中

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \vec{R}_B \times \vec{V}_B \quad (4.27)$$

本小节中建立了在双二体假设下飞船月地转移轨道的解析表达式。根据该组表达式，当已知 λ_B 、 ϕ_B 、 ε 、 h^L 、 \vec{i}^L 、 Θ_C 等6个初始轨道参数时，可以求出月心轨道转移初速 v_c 、近地距 r_A 、近地点速度 v_A 以及地心段飞行时间 Δt^E 、月心段飞行时间 Δt^L 和总飞行时间 Δt 等我们关心的参数，在指定时间历元后，也可将整条转移轨道在月心平赤道坐标系与地心天球坐标系中的轨道根数全部求出。

这一模型无需积分、迭代、循环等复杂计算，只需单流程的代数计算便可得出一条轨道，因此计算速度非常快，经统计平均仅需 $3 \times 10^{-4} s$ 便可计算出一条轨道，为计算大量轨道并分析其特点提供了可能，这本身也是该模型最大的特点。另外，因为采用了白道坐标系作为该模型的基准坐标系，在简单的计算分析中无需指定具体时间历元，这样非常有利于获得与地月绝对、相对位置以及具体时刻无关的轨道性质，因此对后续的设计工作将非常有益。

4.2 月地转移轨道的性质

从图4.1可知，根据出口点位于月心段转移轨道的位置不同，可分为升段出口与降段出口两种方式，分别对应着式(4.4)与式(4.5)中的不同公式，但两种出口方式对应的轨道是关于白道面对称的，因此为节约篇幅，本小节中只分析降段出口的情况，相反的情况可用完全相同的方法分析，得到的结论也是相同的。另外从最

节省能量的角度考虑，航迹角 Θ_c 这个参数通常取为0，故下文不再对其进行分析，认为 $\Theta_c = 0$ 。

4.2.1 出口点的经度范围

对于月地转移轨道来说，近地点地心距是一个重要参数，因此首先分析参数变化对近地距的影响。取 $\bar{i}^L = 80^\circ$ ， $\varepsilon = 3.3^\circ$ ， $h^L = 200\text{km}$ ，得到出口点经纬度与近地距 r_A 的关系，如图4.3所示。从图4.3中可以看出，经度为负值时近地距很大，这是因为此时飞船的出口点月心速度y分量为负值，即与月球公转速度方向相同，故合成后飞船的地心速度很大，将从高空飞越地球。经度为正时情况则相反，故有可能到达地球附近。另外大多数情况下轨道都从距离地球较远处经过，并不能称其为真正意义上的返回轨道。

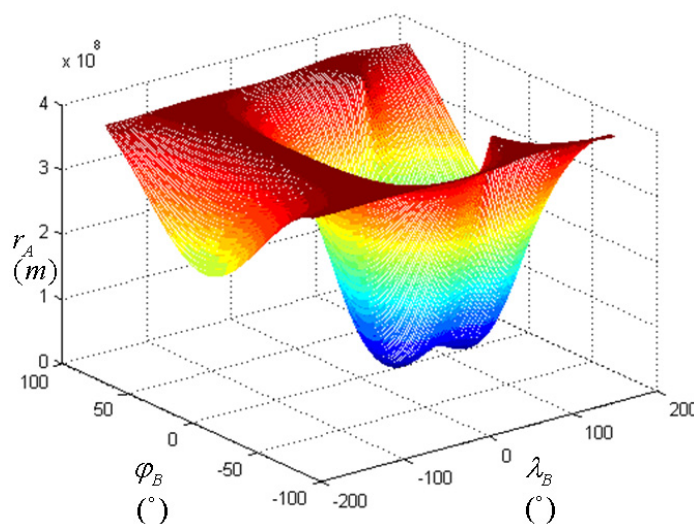


图4.3 出口点经纬度与 r_A 的关系

取 $\bar{i}^L = 90^\circ$ ， $h^L = 200\text{km}$ ，调整 ε 与出口点月心经纬度使得近地点高度等于 200km ，可以得到一个出口点月心经纬度的范围，如图4.4所示。可以看出图4.4中的经度范围较大，约为东经 $20^\circ \sim 150^\circ$ ，纬度范围较小，约为 $-6^\circ \sim 15^\circ$ 。原因是如果纬度超过该范围，将导致出口点速度z方向分量增大，使得飞船无法到达位于白道面中的地球附近。而从整体上看，这一经纬度分布区域呈现类似椭圆的形状，在出口点纬度取 $0^\circ \sim 5^\circ$ 附近时，对应着较宽的经度范围，而在经度取 $60^\circ \sim 100^\circ$ 附近时，对应着较宽的纬度范围。

从图4.3中，我们得到了在固定 ε 的情况下出口点经纬度与近地距的关系， ε 虽然不是直接为人们所关心的参数，但它变化时对轨道的影响是比较大的，因此图4.3的分析还存在一定局限性，最主要的作用在于给出一个直观的印象；另外，从图4.4中我们不能得知出口点经纬度变化时对其他参数会有怎样的影响。为了解决这些问题，本小节接下来的内容里，将逐个分析 λ_B 、 ϕ_B 、 ε 、 h^L 、 \bar{i}^L 等设计参数

的变化对轨道带来的影响。而在该分析过程中，让所有设计参数同时变化显然会将问题复杂化以至于无法得到有效结论，因此在分析某一个参数的影响时，会适当的固定其他部分参数。

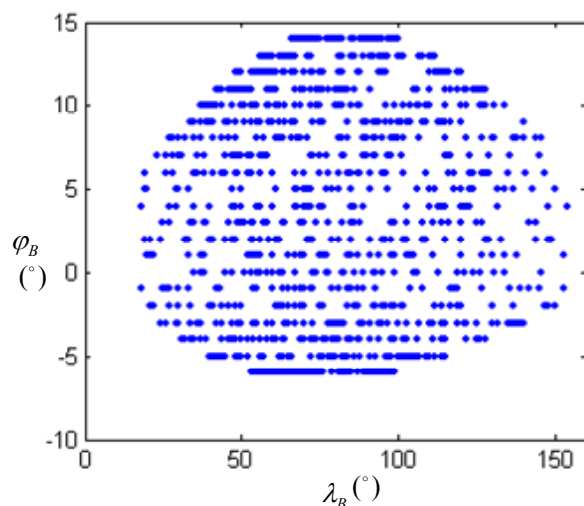


图4.4 近地点高度200km的轨道出口点经纬度范围

4.2.2 出口点经度变化对轨道的影响

令月地转移轨道月心段相对白道的倾角 $\bar{i}^L = 90^\circ$ ， $\phi_B = 2.38^\circ$ ，从 -180° 到 180° 范围内搜索 λ_B ，并令 ε 配合 λ_B 变化使近地点高度固定在200km。计算满足条件的所有轨道，并分析我们最关心的7个参数的变化情况，分别是月心段轨道转移初速 v_C 、近地点速度 v_A 、月心段飞行时间 Δt^L 、地心段飞行时间 Δt^E 、总飞行时间 Δt ，以及地心段轨道在地心天球坐标系中的轨道倾角 i^E 、月心速度倾角 ε 。这些参数随出口点经度 λ_B 的变化如图4.5所示。

分析图4.5可以得到月地转移轨道的如下性质：

1. 图4.5 (a)中有两条类似抛物线形状的曲线，其中上面一条对应地心逆行轨道，即地心段轨道倾角大于 90° ，这种轨道不仅对应着较大的转移初速，而且因为与地球自转方向相反，再入时航天员与飞船面临更大的过载，故载人登月工程中通常不会选用，所以在下面的分析中，将不考虑对应地心顺行轨道的这些数据点。

2. 从图4.5 (a)和图4.5 (b)中可以看出， λ_B 对转移初速与近地点速度均有明显影响，出口点在东经 80° 附近时，转移初速与近地点速度取得极小值；而在经度范围的两端，对应着较大的转移初速与近地点速度。本算例中， $\lambda_B = 78^\circ$ 时，对应转移初速极小值 2.3617km/s ； $\lambda_B = 84^\circ$ 时，对应近地点速度极小值 10.9074km/s ； $\lambda_B = 28^\circ$ 时，转移初速达 2.6429km/s ，近地点速度达 10.9770km/s ； $\lambda_B = 139^\circ$ 时，转移初速达

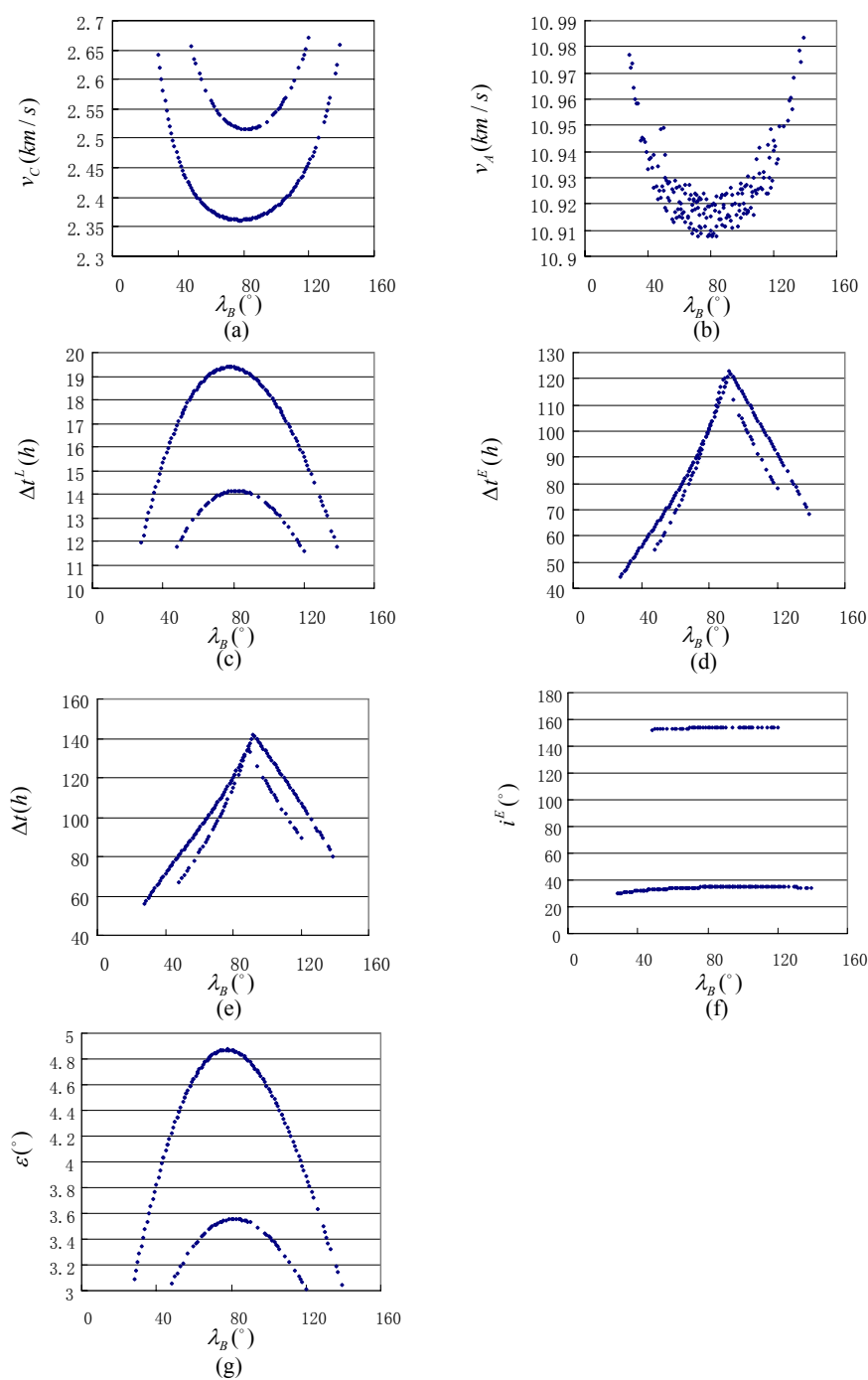


图4.5 出口点经度变化对其他参数的影响

2.6589km/s, 近地点速度达10.9837km/s。从节省能量角度考虑, 对于无人货运飞船的月地转移轨道计算, 可选取 $\lambda_B = 80^\circ$ 作为初值。

3. 从图4.5 (c)、图4.5 (d)和图4.5 (e)中可以看出, λ_B 对飞行时间有明显影响, 在三幅图中, 均为外侧曲线对应地心顺行轨道, 内侧对应地心逆行轨道。出口点为东经 92° 时, 总的飞行时间取得极大值 $\Delta t = 141.9h$ 。如果为了节省能量, 出口点选择在东经 80° 附近时, 总飞行时间在120h左右, 对于载人登月任务来讲这一时

间有些过长^[3],因此应综合考虑飞行时间和转移初速等因素来选择 λ_B 。为此,补充 λ_B 变化时 Δt 与 v_c 的关系,如图4.6所示。图4.6中已经除去了地心逆行轨道对应的数据点,但可以看到曲线仍然有两个分支,其中上面一支对应 $\lambda_B > 92^\circ$ 的轨道,下面一支对应 $\lambda_B \leq 92^\circ$ 的轨道。很明显,在相同的能量消耗下, $\lambda_B > 92^\circ$ 的轨道需耗费更长的飞行时间,在通常的载人登月任务中不会采取这种轨道,因此重点分析曲线的下面一支。容易理解飞行时间随着转移初速的增加而减小,在曲线的左侧,虽然对应着能量最省的轨道,但飞行时间随着转移初速的增加急剧下降。因此载人登月任务不必选择位于这一部分的轨道,而应选择曲线趋于平缓后的轨道。例如可选择图4.6中标出的转移初速2.4km/s到2.5km/s的部分,对应的飞行时间约从83h降低到66h,相应的出口点经度从东经52°变化到36°,在轨道的搜索计算中,可取初值 $\lambda_B = 40^\circ$ 。图4.5与图4.6中对应的近地点高度和近月点高度均为200km,如果将其降低至均为100km,则转移初速会有约40m/s的增加,飞行时间也会稍稍减少。

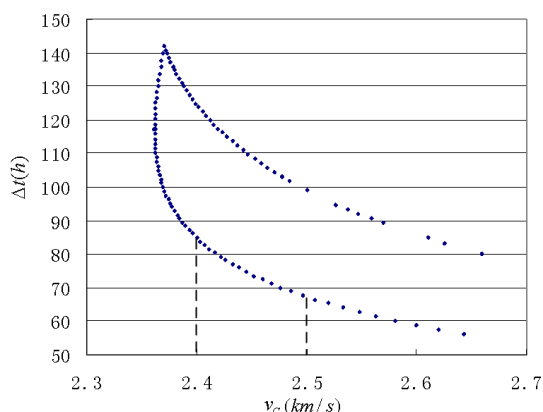


图4.6 飞行时间与转移初速的关系

4. 从图4.5(f)中更容易分辨地心顺行轨道与地心逆行轨道。而且可以看到 λ_B 在约东经40°到东经120°之间范围时,数据点比较密集。这意味着出口点经度在这一范围内的月地转移轨道更容易满足约束,其他几幅图也印证了这一点。另外一个结论是出口点经度对地心段轨道的倾角影响很小,在 λ_B 的整个取值空间里地心顺行轨道的倾角在30°到35°范围内变化。

4.2.3 出口点纬度变化对轨道的影响

令月地转移轨道月心段相对白道的倾角 $i^L = 0^\circ$, $\lambda_B = 80^\circ$, 从 -90° 到 90° 范围内搜索 φ_B , 并令 ε 配合 φ_B 变化使近地点高度固定在200km。得到满足条件的所有轨道后,分析 v_c 、 v_A 、 Δt^L 、 Δt^E 、 Δt 、 i^E 以及 ε 等参数随出口点纬度 φ_B 的变化如图4.7所示。

分析图4.7可以得到如下性质:

1. 图4.7(a) (c) (d) (e) (f) (g)中的曲线均由两部分合成,与图4.5中类似,分别对

应地心顺行轨道与地心逆行轨道。前面已经指出，地心逆行轨道并不适合载人登月任务，因此下面依然把重点放在地心顺行轨道上。

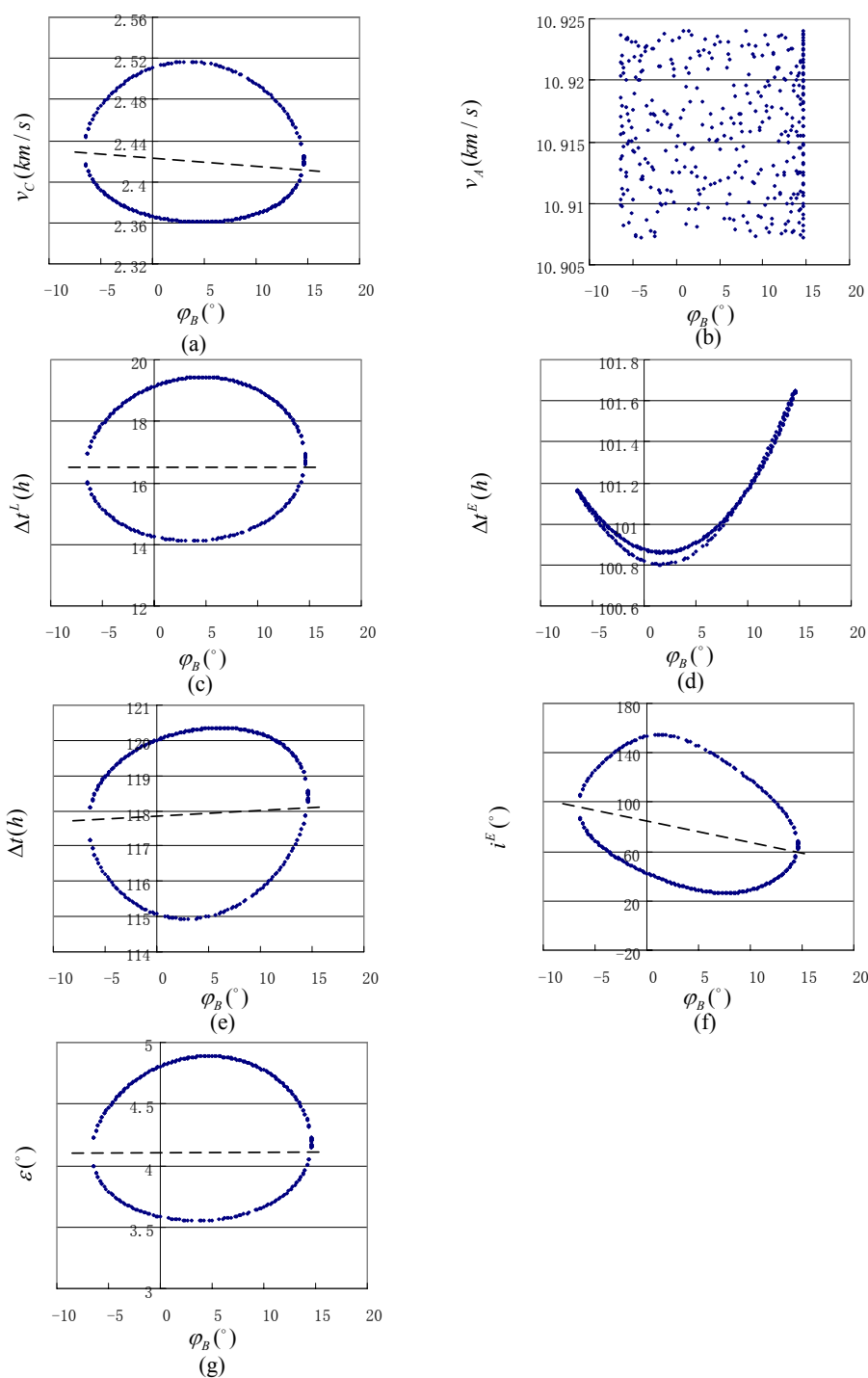


图4.7 出口点纬度变化对其他参数的影响

2. 图4.7(a)中，虚线下面的数据点对应地心顺行轨道，可以看出出口点纬度 φ_B 对转移初速有一定的影响。 φ_B 从 -6° 变化到 15° 过程中，地心顺行轨道的转移初速变化了约 50m/s ， $\varphi_B = 5^\circ$ 时， v_C 取得极小值 2.36km/s 。从图4.7(b)中难以看出近地点速

度 v_A 随 φ_B 的变化关系, 而且 v_A 的变化幅度不大, 只有十几米每秒。

3. 图4.7(c)(d)(e)中, 均为上面的分支对应地心顺行轨道, 虽然耗费的总飞行时间略多, 但因为前面提及的原因, 仍然需要采用该类型轨道。随着出口点纬度的变化, 地心顺行轨道的总飞行时间变化很小, 结合图4.7(a)中对转移初速的分析情况, 不适宜选择图中曲线左右两端的轨道, 具体计算时初值可从 0° 到 10° 间选择。

4. 受 φ_B 影响最大的参数是地心段轨道倾角 i^E , 如图4.7(f)所示, 地心顺行轨道对应的 i^E 从 26° 到 90° 变化, φ_B 在 7° 附近时对应着 i^E 的极小值。从图4.7(f)中我们得知, 在轨道设计时如果地心段倾角不满足约束, 调节出口点纬度 φ_B 会有较好的效果。

4.2.4 出口点月心速度倾角变化对轨道的影响

令月地转移轨道月心段相对白道的倾角 $\bar{i}^L = 90^\circ$, 出口点月心纬度 $\varphi_B = 2.38^\circ$, 令出口点月心经度 λ_B 配合出口点月心速度倾角 ε 变化使近地点高度固定在 200km 。得到满足条件的所有轨道后, 分析 v_C 、 v_A 、 Δt^L 、 Δt^E 、 Δt 、 i^E 等参数随月心速度倾角 ε 的变化, 如图4.8所示。从图4.8中可以得到如下性质:

1. 从图4.8(a)中可以看出, ε 增加不到 2° , v_C 却随之单调减小了超过 300m/s , 可见 ε 对转移初速的影响非常明显。从图4.8(b)中可以看出, 近地点速度同样有随 ε 增加而减小的趋势, 上面的一条带子对应地心顺行轨道, 随着 ε 的变化减小了约 70m/s 。

2. 从图4.8(c)中可以看出, 月心段轨道飞行时间 Δt^L 与 ε 呈近似线性关系; 图4.8(d)、(e)中, 右侧刀形曲线对应地心顺行轨道, 其“刀刃”部分对应前面提及的 $\lambda_B \leq 92^\circ$ 的轨道, 飞行耗时较少。总的来说 ε 对飞行时间影响较大, 总飞行时间从 50h 到 140h 变化。

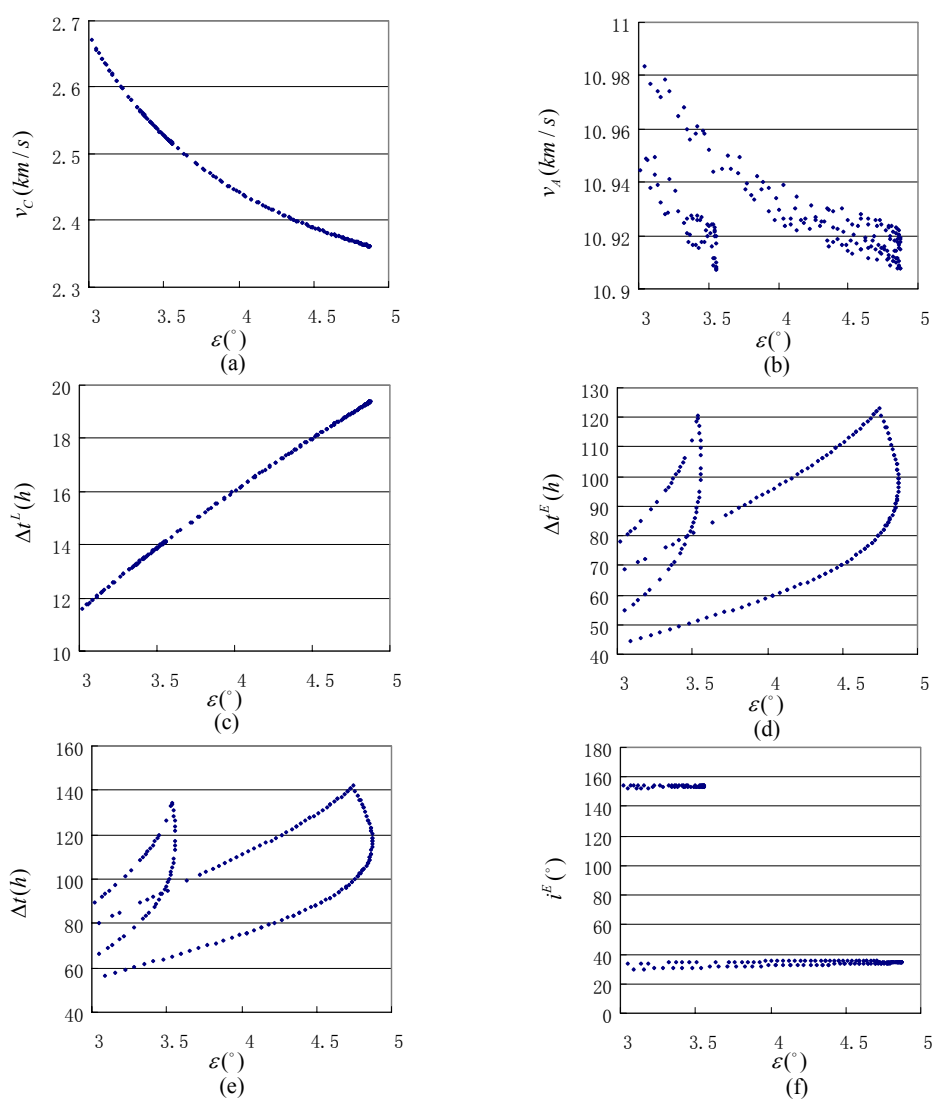


图4.8 出口点月心速度倾角变化对其他参数的影响

4.2.5 近月点高度变化对轨道的影响

令月地转移轨道月心段相对白道的倾角 $i^L = 90^\circ$ ，出口点月心经度 $\lambda_B = 80^\circ$ ，出口点月心纬度 $\phi_B = 0^\circ$ ，令出口点月心速度倾角 ε 配合近月点高度 h^L 变化使近地点高度固定在200km。得到满足条件的所有轨道后，分析 v_C 、 v_A 、 Δt^L 、 Δt^E 、 Δt 、 i^E 等参数随近月点高度 h^L 的变化，如图4.9所示。从图4.9中可以得到如下性质：

1. 图4.9(a)中上面的曲线对应地心逆行轨道，下面的曲线对应地心顺行轨道。从中可见近月点高度对转移初速的影响比较大，近月点高度从100km增大至1000km，转移初速减小了多达400m/s。

2. 从图4.9(g)中可见，随着 h^L 的增加， ε 近似线性递增。另外从图4.9(b)(c)(d)(e)中可以看出， h^L 对 v_A 、 Δt^L 、 Δt^E 、 Δt 等参数影响很小。

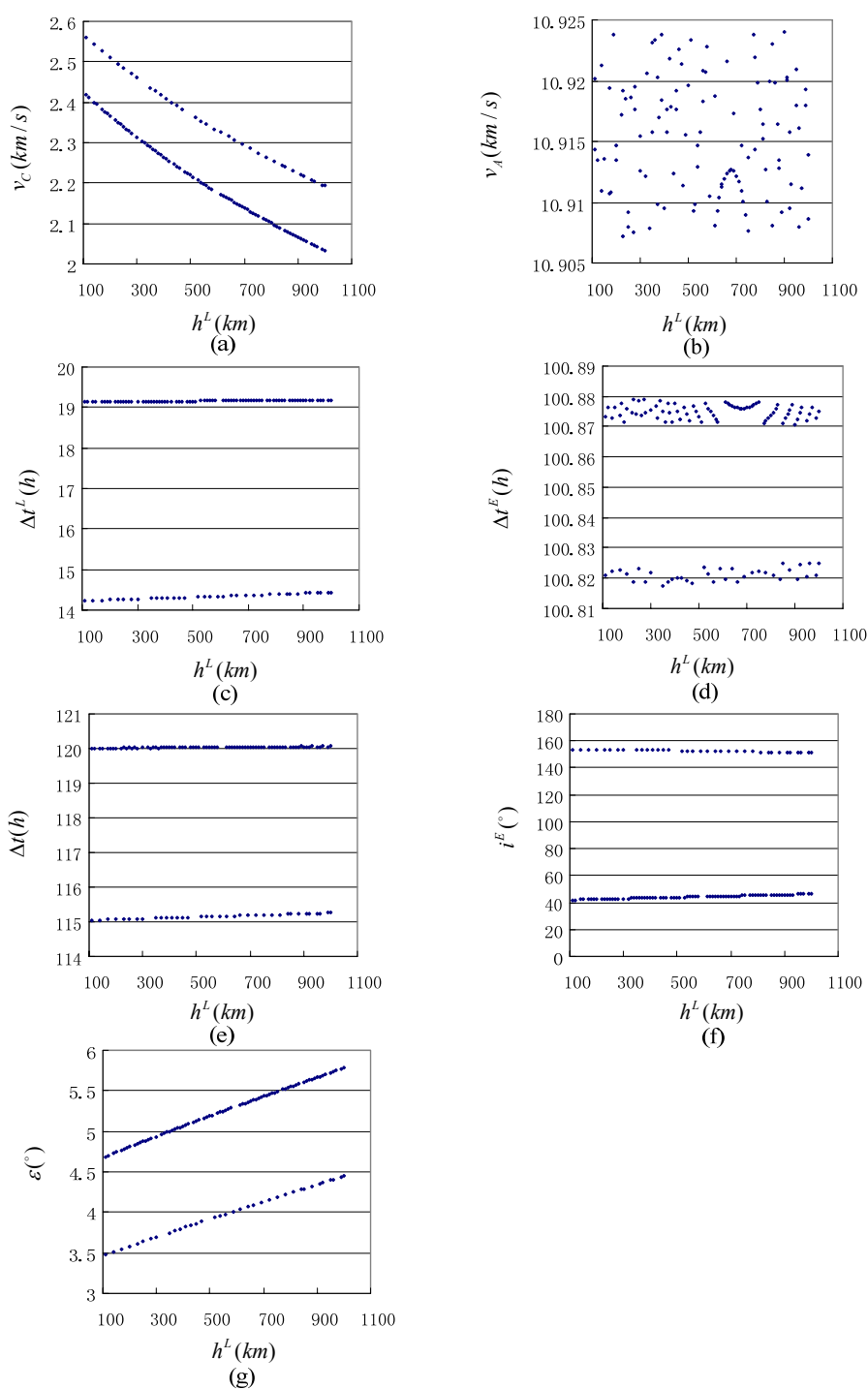


图4.9 近月点高度变化对其他参数的影响

4.2.6 月心轨道倾角变化对轨道的影响

令月地转移轨道出口点月心经度 $\lambda_b = 80^\circ$ ，月心纬度 $\phi_b = 0^\circ$ ，出口点月心速度倾角 ε 配合月心轨道倾角 i^L 变化使近地点高度固定在 200km。得到满足条件的所有轨道后，分析 v_C 、 v_A 、 Δt^L 、 Δt^E 、 Δt 、 i^E 等参数随近月点高度 h^L 的变化，如图 4.10

所示。从中可以得到如下性质：

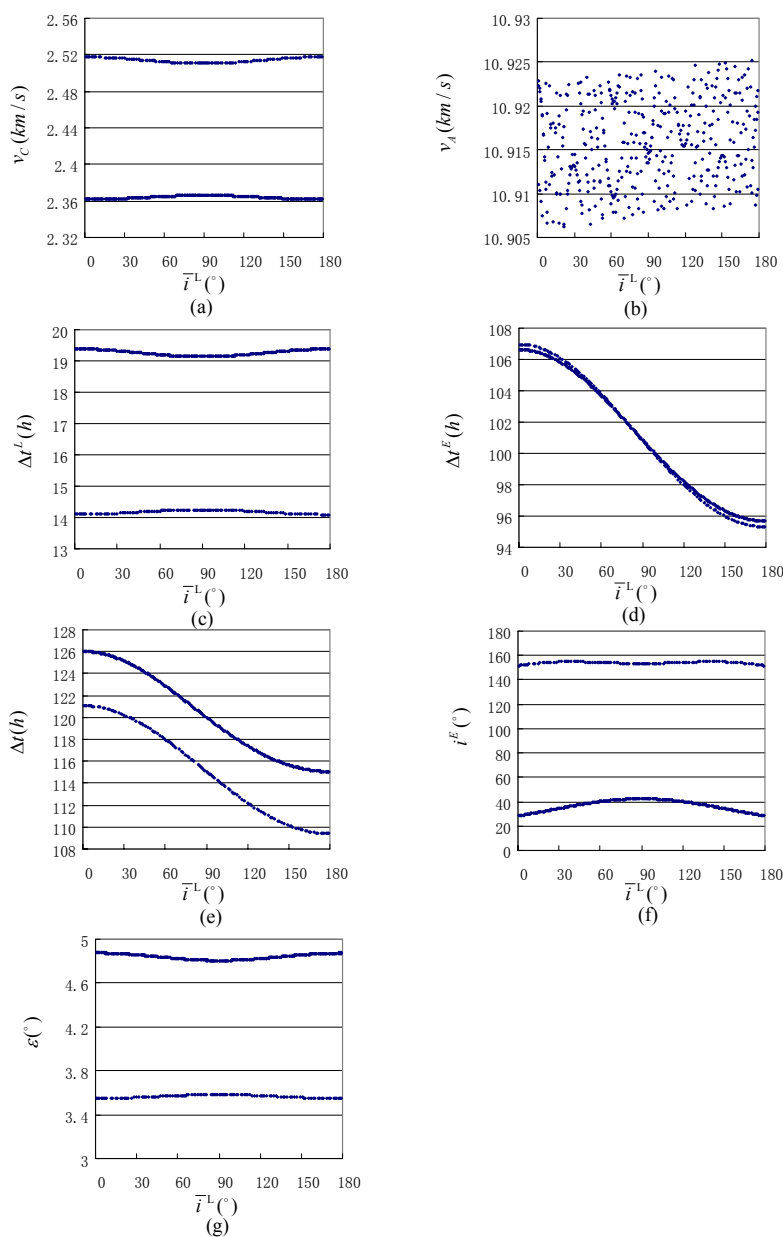


图4.10 月心轨道倾角变化对其他参数的影响

1. 从图 4.10(d)(e)中可以得出，月心轨道倾角对地心段飞行时间及总飞行时间影响相对较大。其中，地心段飞行时间 Δt^E 随着 \bar{i}^L 的增加呈现单调下降趋势，在 $\bar{i}^L = 180^\circ$ 时达到最小值。这一结论对载人登月任务是有利的，因为载人登月通常采用的自由返回轨道或者 hybrid 轨道其月心倾角在 180° 附近，这样恰好有效的缩短了登月飞船返回地球所需的时间。

2. 图 4.10(f)中，上面的曲线对应地心逆行轨道，下面的曲线对应地心顺行轨道。月心段轨道从 0° 变化到 180° 过程中，地心顺行轨道相对地球赤道的倾角从 28° 附近变化到 42° 附近，地心逆行轨道的倾角从 152° 附近变化到 155° 附近。

这一结论的前提是固定近地点高度为 200km，如果放弃这一前提，将会呈现不同结果。例如当选取 $\lambda_B = 35^\circ, \varphi_B = 2^\circ$ ， h^L 从 200km 到 1000km 变化时， \bar{i}^E 与 \bar{i}^L 的关系如图 4.11(a) 所示。从图 4.11(a) 中可以看出，当 \bar{i}^L 取值在 45° 或 135° 附近时， \bar{i}^E 取得极小值。但这只是对应上面所给参数下的一种情况，当其它参数变化时，特别是 φ_B 取不同值时，图形形状变化剧烈。这里给出一幅图举例，如图 4.11(b) 所示。图 4.11(b) 中除将 φ_B 从 2° 改为 3° 以外，其余参数皆与图 4.11(a) 中相同，但图形却发生了很大变化。

3. 同样，如果不固定近地点高度，当其它参数变化时，绕月轨道相对白道的倾角 \bar{i}^L 与近地距 r_A 的关系受其它参数影响很大，图 4.12 中分别给出经度纬度变化情况下的曲线簇。图 4.12(a) 中 λ_B 从 35° 到 45° 变化， $\varphi_B = 2^\circ$ ， $h^L = 200\text{km}$ ， $\varepsilon = 3.3^\circ$ ；图 4.12(b) 中 φ_B 从 -5° 到 5° 变化， $\lambda_B = 45^\circ$ ， $h^L = 200\text{km}$ ， $\varepsilon = 3.3^\circ$ ，从图中可以看出， φ_B 值互为相反数的两组参数构成了一条封闭曲线。

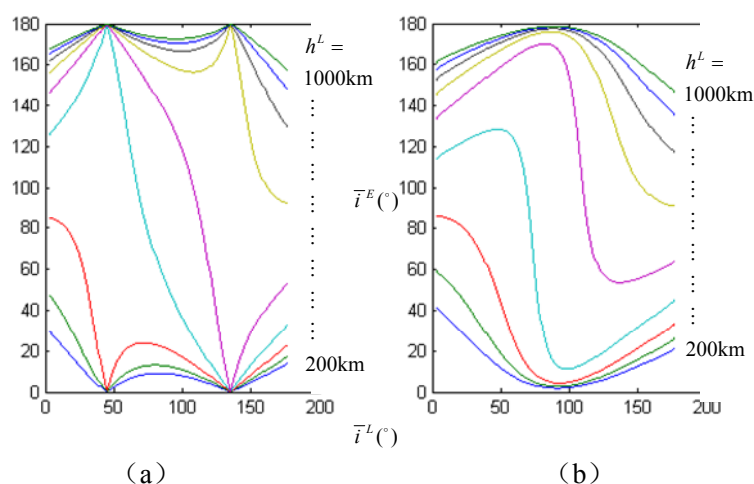


图4.11 地心轨道倾角随月心轨道倾角的变化关系

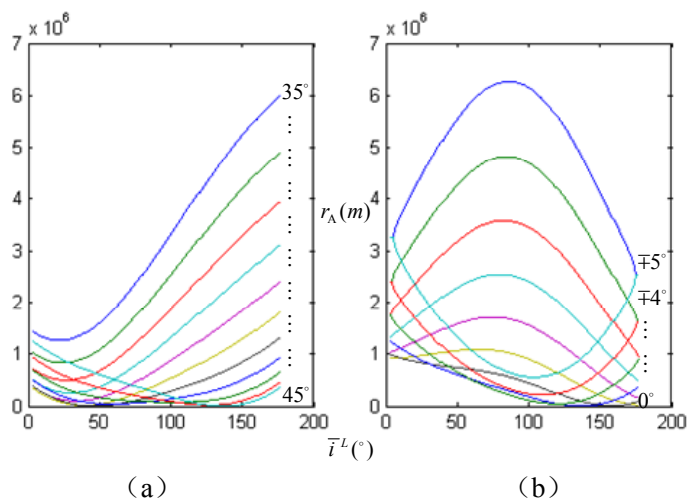


图4.12 近地点地心距随月心轨道倾角的变化关系

综合4.2.2.2~4.2.2.6节中的分析，我们将出口点月心经度、出口点月心纬度、出口点月心速度倾角、近月点高度以及月心轨道倾角作为自变量，将转移初速、近地点速度、月心段飞行时间、地心段飞行时间、总飞行时间以及地心段轨道倾角作为最关心的目标参数，综合分析各自变量对各目标参数的影响强弱，可以得到表4.1。表4.1中的大部分内容来自图4.5~图4.10中，另外补充了轨道设计常用的三个参数，分别是地心段轨道在地心天球坐标系中的升交点赤经，近地点的地理经度与地理纬度。表4.1将前一部分繁杂的参数间的相互关系整理到一起，从而更加便于查阅与比较。

从表4.1中可以发现，对轨道的目标参数影响最强的自变量是出口点月心经度与出口点月心速度倾角，它们的变化将会引起绝大部分轨道参数的相应变化，其次是出口点月心纬度，它的变化也将使大部分轨道参数随之改变。在后续的轨道搜索设计工作中，将会出现部分目标参数满足约束而另一部分不满足的情况，这时表4.1以及前面所做的轨道性质分析工作可以为如何调整轨道的参数提供良好的参考，具体的应用可参见下一小节。

表 4.1 自变量对轨道参数的影响程度总表

参数 自变量	转移初 速	近地点 速度	月心段飞 行时间	地心段飞行 时间	总飞行 时间	地心段轨 道倾角	地心轨道 RAAN	近地点 经度	近地点 纬度
出口点月心经度	强	强	强	强	强	弱	弱	强	中
出口点月心纬度	中	弱	中	弱	中	强	强	弱	中
出口点月心速度倾角	强	强	强	强	强	弱	弱	强	弱
近月点高度	强	弱	弱	弱	弱	弱	弱	弱	弱
月心轨道倾角	弱	弱	弱	中	中	强	中	强	弱

4.3 多约束下的月地转移轨道设计流程

为减小任务飞行时间、限制飞船重量，载人登月飞船将从月地转移轨道直接进入地球大气层，利用大气阻力实现减速制动。而对于从地球向月球运送货物的货运飞船，一种未来可行的飞行方式是飞船往返于地球停泊轨道与月球停泊轨道之间^[153]。从设计方法上，两种飞行方式不仅飞行时间不同，在地球端的终端约束也将体现差别，因此除载人登月飞船外，本节还分析了从环月轨道出发返回地球停泊轨道的登月货运飞船的月地转移轨道设计流程。

4.3.1 载人飞船月地转移轨道设计流程

前面提到的月地转移轨道设计参数包括出口点月心经度 λ_B 、出口点月心纬度 φ_B 、近月点高度 h^l 、月心段倾角 i^l 、近月点处的速度倾角 Θ_C ，出口点月心速度倾角 ε 等6个变量。在实际设计中，需要将月心白道坐标系中的参数分别转换至月心平赤道坐标系和地心天球坐标系中，因此还需增加一个时间变量，我们选其为月地转移轨道入轨点 (TEI, TransEarth Injection) 时刻 t_c ，这样一共有7个设计参数。在这些自变量中，为节省能量 Θ_C 通常取0；对于载人登月任务来说，宇航员登月后通常会有轨道舱继续留在月球停泊轨道上，这其实相当于固定了近月点高度 h^l 和月心平赤道坐标系中的月心段轨道倾角 i^l ，在时间历元基本不变的情况下，固定的 i^l 对应着几乎固定的 i^l 。因此可知，对于载人登月任务， h^l 、 i^l 、 Θ_C 三个参数已事先确定，只有 λ_B 、 φ_B 、 ε 、 t_c 四个参数成为真正的设计变量。对于载人登月任务， t_c 应满足两个条件：第一，其数值不能太大，应尽量保证在登月舱从月面起飞并与轨道舱对接后尽快进入月地转移轨道，从而避免宇航员在月球停泊轨道停留过长时间；第二，应满足 t_c 时刻飞船可被深空网测控。在这两个条件约束下，可以得到一个时段 $t_{c1} \sim t_{c2}$ ，可称之为TEI窗口， t_c 需在该窗口内取值，其初值可取为 $(t_{c1} + t_{c2})/2$ 。至于 λ_B 、 φ_B 、 ε 等参数的初值，可以参照4.2.2节中的结论选取，具体参见图4.13中的取值。

确定了载人飞船月地转移轨道的设计参数后，还应分析轨道的约束参数。上一段提及，轨道舱一直停留在月球停泊轨道，意味着月地转移轨道月心段升交点赤经 Ω^l 应与该停泊轨道相吻合，考虑一定容差限，取该范围为 $\Omega_1^l \sim \Omega_2^l$ ，这一范围很小，也就是说 Ω^l 是一个强约束。

对月地转移轨道，飞行时间 Δt 不应太短，否则意味着巨大的转移初速和地球再入时的过载。但对于载人飞船，从生命保障角度考虑 Δt 也不能过长，综合考虑取该范围为 $\Delta t_1 \sim \Delta t_2$ 。根据阿波罗系列计划^[3]的执行情况，该范围可长达30小时，故 Δt 不是一个强约束。

在4.2.2节的分析中首先固定了近地点高度，但是对于载人飞船，返回地球停泊轨道是不现实的。这不仅增加了宇航员的太空停留时间，而且需额外消耗3km/s以上的速度增量，这样大量的燃料是载人飞船难以携带的。因此载人飞船通常从月地转移轨道直接进入地球大气层。在飞船的表面温度、过载等约束条件下，再入角(entry angle) θ_{AP} 代替了近地点高度 r_A ，成为载人飞船月地转移轨道设计一个重要的约束指标， θ_{AP} 实质上是月地转移轨道到达地球大气层高度 h_{AP} 时飞船的水平航迹角，可以采用式(4.28)~(4.32)计算。

$$r = h_{AP} \quad (4.28)$$

$$f = \arccos \left[\frac{1}{e} \left(\frac{a(1-e^2)}{r} - 1 \right) \right] \quad (4.29)$$

$$\vec{r} = r \cos f \cdot \vec{P} + r \sin f \cdot \vec{Q} \quad (4.30)$$

$$\vec{v} = -\frac{h}{p} \sin f \cdot \vec{P} + \frac{h}{p} (e + \cos f) \cdot \vec{Q} \quad (4.31)$$

$$\Theta_{AP} = \arcsin \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{rv} \quad (4.32)$$

其中, a 、 e 、 Ω 、 ω 分别为月地转移轨道地心段的半长轴、偏心率、升交点赤经、近地点辐角; r 、 f 分别为再入点的地心距、真近点角; \vec{r} 、 \vec{v} 分别为飞船再入时的地心位置、速度矢量; 另有

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i \\ \sin \omega \sin i \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

$$\vec{Q} = \begin{pmatrix} -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i \\ -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i \\ \cos \omega \sin i \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

设 θ_{AP} 取值范围为 $\theta_{AP1} \sim \theta_{AP2}$, 阿波罗系列计划中, 这一范围在 6.23° 到 7.19° , 调整空间不到 1° , 可见 θ_{AP} 是一个很强的约束。

为了便于再入前的测控以及再入后的回收, 需要限制再入点的地理经纬度 λ_A 、 φ_A 在一定范围内。设该范围为 $\lambda_{A1} \sim \lambda_{A2}$ 、 $\varphi_{A1} \sim \varphi_{A2}$, 可以设定再入点地理位置在太平洋或大西洋内, 这是一个较宽的范围, 因此 λ_A 、 φ_A 是一个弱约束。

结合表4.1中的结论, 针对每一个约束参数的不满足, 可以调整一个相关性最强的设计变量, 这样我们得到了图4.13。从图中可以发现, 四个设计变量对应着五个约束参数, 如果这些都是强约束, 将很难搜索得到满足全部约束的解。但前面已经提及, Δt 、 λ_A 、 φ_A 等参数有很宽的取值范围, 因此在自变量不足的情况下仍然可以获得满足五个约束的轨道。

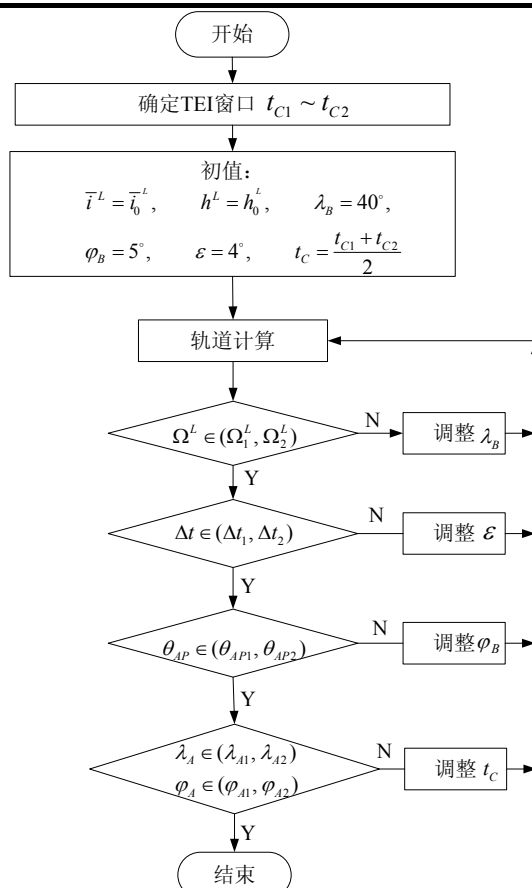


图4.13 载人飞船月地转移轨道设计流程

4.3.2 货运飞船月地转移轨道设计流程

不载人的登月探测器包括落月探测器与月球货运飞船等，对于类似嫦娥三期工程的落月探测器，其月地转移轨道设计除环月时间和转移时间与载人飞船存在差别外，其他方面的设计方法与4.2.3.1节中所述相似。为体现差别，这里选择从位于地球停泊轨道上的空间站出发并返回空间站的月球货运飞船^{[12][153]}为例，分析其月地转移轨道的设计流程，如图4.14所示。

在设计变量的初值选取上，因为无需考虑航天员生命保障因素，月地转移轨道的飞行时间将不受约束，因此能量最省成为轨道设计的一个原则，参照4.2.2.3节中的分析，出口点月心经度 λ_B 的初值取为 80° ，出口点月心速度倾角 ε 初值取为 5° 。另外货运飞船在环月轨道上的停留时间也不再受到过多约束，仅需考虑TEI时刻飞船可被深空网测控，可以得到比载人飞船更宽的 t_C 范围 $t_{C1} \sim t_{C2}$ 。

在约束参数的选择上，首先取消了飞行时间 Δt 的约束。另外因为货运飞船返回地球停泊轨道而非大气层再入，所以取消了再入角以及再入点经纬度的约束，改用空间站所在的地球停泊轨道的升交点赤经与轨道倾角来约束货运飞船月地转移轨道地心段的升交点赤经 Ω^E 与轨道倾角 i^E 。用空间站高度来约束月地转移轨道

近地点高度 r_A ，相应的取值范围分别为 $\Omega_1^E \sim \Omega_2^E$ 、 $i_1^E \sim i_2^E$ 与 $r_{A1} \sim r_{A2}$ 。在货运飞船的月地转移轨道搜索流程中，约束参数与设计参数均为四个，但是这四个约束参数取值范围很小，均为强约束。

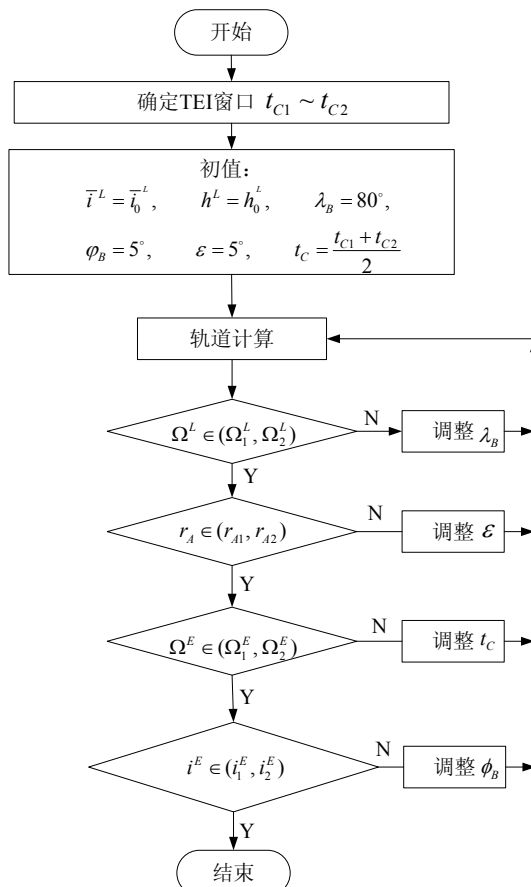


图4.14 货运飞船月地转移轨道设计流程

4.4 月地转移轨道初步设计算例

4.4.1 载人飞船月地转移轨道初步设计算例

首先假设载人登月飞船于2025年1月1日00:00完成任务，准备返回地球大气层。为分析测控条件，首先假定深空测控网由位于我国东部的A站（47.8° N，122.2° E）与西部的B站（36.1° N，81.0° E）组成，每个深空站的最小仰角为10°。计算得到1月1日00:00~1月3日00:00间深空网对月球的测控弧段（因地月距离遥远，飞船位于月球附近时，可将飞船的测控情况用对月球的测控情况代替），如图4.15所示。从图中可见，TEI窗口可取为2025年1月1日02:49:01.95到2025年1月1日11:41:32.81。设计变量的初值选取如图4.13中所示，其他初始参数与约束参数的取值如表4.2所示。表4.2中， \bar{i}^L 的取值由 i^L 确定，载人登月任务的地月转移轨道通常采用自由返回轨道或hybrid轨道。这限定了环月轨道相对月球赤道的倾角在180°

附近，因此月地转移轨道的初始倾角也在 180° 附近。不失一般性，本算例中取为 170° ，对应相对白道的倾角为 164.9° 。再入点选择在了太平洋上空的一个矩形区域内，地理位置可参见图4.18。除此以外，表4.2中参数取值还参考了阿波罗系列计划的执行情况^[3]。

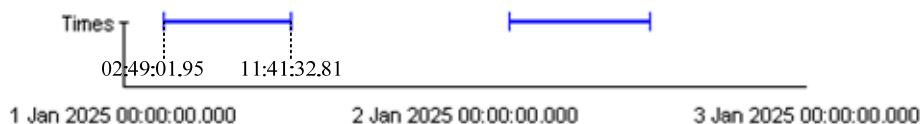


图4.15 载人飞船月地转移轨道TEI窗口

表4.2 载人飞船月地转移轨道初始参数与约束参数取值

$\bar{i}^L / ^\circ$	h^L / km	$\Omega^L / ^\circ$	$\Delta t^L / \text{h}$	$\theta_{AP} / ^\circ$	$\lambda_A / ^\circ$	$\phi_A / ^\circ$
164.9	100.0	15.0 ± 1	70 ± 15	7.0 ± 1	180 ± 30	0 ± 30

按照图4.13所示的流程搜索计算后获得设计变量的解，如表4.3所示。得到的初步轨道月心段在月心平赤道坐标系中轨道根数如表4.4所示，地心天球坐标系中地球再入点处轨道根数如表4.5所示，各特征点处状态参数如表4.6所示。表4.6中，近地点处的状态参数是依据再入点之前的轨道，在不考虑大气阻力摄动的情况下预报出来的。实际上再入大气层后，轨道形状发生巨变，近地点也不再有意义。

表4.3 载人飞船月地转移轨道初步设计变量计算结果

t_C / UTCG	$\lambda_B / ^\circ$	$\phi_B / ^\circ$	$\varepsilon / ^\circ$
2025年1月1日 10:04:03.00	49.9	3.3	3.9

表4.4 载人飞船月地转移轨道月心段初步轨道根数

a^L / km	e^L	$i^L / ^\circ$	$\Omega^L / ^\circ$	$\omega^L / ^\circ$	$\Delta t^L / \text{h}$
-5414.9	1.3394	170.0	15.0	63.2	16.0

表4.5 载人飞船月地转移轨道再入点初步轨道根数

a^E / km	e^E	$i^E / ^\circ$	$\Omega^E / ^\circ$	$\omega^E / ^\circ$	$\Delta t^E / \text{h}$	$f^E / ^\circ$	$\theta_{AP} / ^\circ$
234731.0	0.9727	26.8	55.1	62.0	59.2	346.9	6.4

表4.6 载人飞船月地转移轨道初步设计特征点状态参数

特征点	TEI	出口点		再入点	近地点
历元 (UTC)	1日 10:04:03.00	2日 02:06:04.68		4日 13:19:57.74	4日 13:22:11.00
坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系
X(km)	1217.61	168050.25	-65861.41	-1144.51	-2423.49
Y(km)	-1347.02	-257633.47	2593.55	6005.51	5365.77
Z(km)	284.99	-144071.52	-3446.09	2210.66	2555.02
Vx(km/s)	-1.8679	-0.2203	-1.0187	-9.7533	-9.3979
Vy(km/s)	-1.6471	0.7151	0.1087	-4.2289	-5.3587
Vz(km/s)	0.1953	0.2980	-0.0649	2.8139	2.3400

图4.16和图4.17中分别给出了TEI时刻与再入点时刻，上述算例对应轨道的三维仿真图形。其中每幅图左侧为月心惯性坐标系中的轨道，右侧为地心惯性坐标系中的轨道。图4.18为该月地转移轨道的地面星下点轨迹。从表4.4、表4.5、表4.6以及图4.18中可以看出，计算得到的载人飞船月地转移轨道满足表4.2中的约束条件。

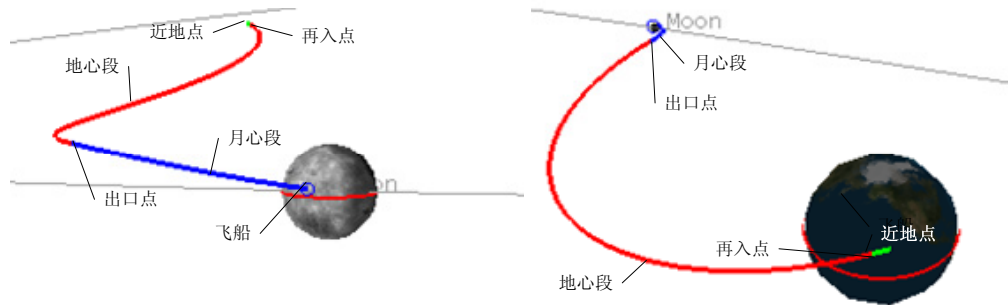


图4.16 载人飞船月地转移轨道初步算例TEI时刻全景

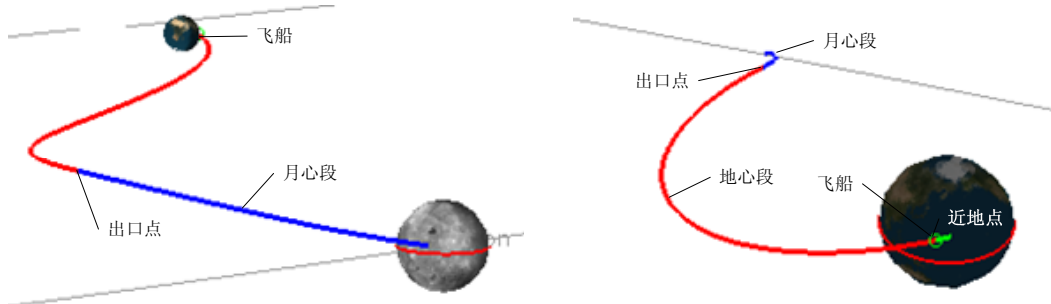


图4.17 载人飞船月地转移轨道初步算例再入点时刻全景

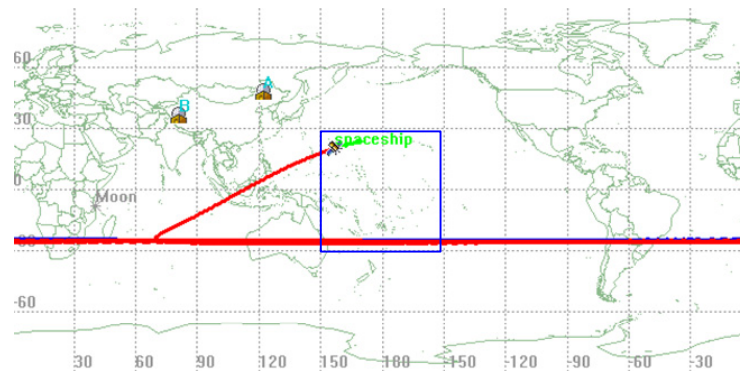


图4.18 载人飞船月地转移轨道初步算例星下点轨迹

4.4.2 货运飞船月地转移轨道初步设计算例

首先假设货运飞船于2007年8月6日12:00完成任务，准备返回地球停泊轨道的空间站，深空网组成与3.2.4.1节中所述相同。计算得到8月6日12:00~8月8日12:00间深空网对月球的测控弧段，如图4.19所示。从图中可见，TEI日窗口为6th Aug 2007 15:32:14.20到7th Aug 2007 07:56:59.12。其他初始参数与约束参数的取值如表4.7所示，设计变量的初值选取如图4.14中所示。

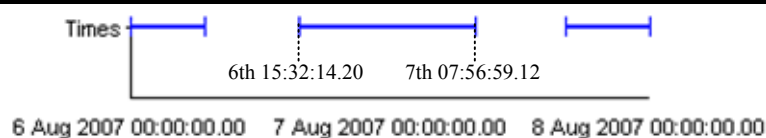


图4.19 货运飞船月地转移轨道TEI窗口

表 4.7 货运飞船月地转移轨道初始参数与约束参数取值

$\bar{i}^L / ^\circ$	h^L / km	$\Omega^L / ^\circ$	r_A / km	$\Omega^E / ^\circ$	$i^E / ^\circ$
96.7	200.0	150 ± 1	6578.1 ± 10	22.0 ± 1	43.0 ± 1

按照图4.14所示的流程搜索计算后获得设计变量的解，如表4.8所示。得到的初步轨道月心段在月心平赤道坐标系中的轨道根数如表4.9所示，地心段轨道在地心天球坐标系中的轨道根数如表4.10所示，各特征点处的状态参数如表4.11所示。从表4.9与表4.10中可以看出，该轨道满足表4.7中所列出的约束条件。

表 4.8 货运飞船月地转移轨道初步设计变量计算结果

t_c / UTCG	$\lambda_B / ^\circ$	$\phi_B / ^\circ$	$\varepsilon / ^\circ$
2007年8月7日00:00:03.58	81.5	8.9	4.648

表 4.9 货运飞船月地转移轨道月心段初步轨道根数

a^L / km	e^L	$i^L / ^\circ$	$\Omega^L / ^\circ$	$\omega^L / ^\circ$	$\Delta t^L / \text{h}$
-8272.3	1.2343	90.0	150.2	32.5	18.6

表 4.10 货运飞船月地转移轨道地心段初步轨道根数

a^E / km	e^E	$i^E / ^\circ$	$\Omega^E / ^\circ$	$\omega^E / ^\circ$	$\Delta t^E / \text{h}$	r_A / km
189714.6	0.9653	43.0	23.0	219.6	100.0	6578.4

表 4.11 货运飞船月地转移轨道初步设计特征点状态参数

特征点	TEI	出口点		近地点
历元 (UTC)	7日 00:00:03.58	7日 18:34:33.28		11日 22:34:35.72
坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系
X(km)	-1417.96	186280.51	56695.20	-3461.63
Y(km)	812.31	272308.22	-32479.63	-4806.47
Z(km)	1041.82	165732.03	9512.06	-2861.97
Vx(km/s)	1.1090	-0.2316	0.7455	8.8109
Vy(km/s)	-0.6353	-0.0567	-0.4271	-2.9328
Vz(km/s)	2.0047	0.0358	0.0547	-5.7314

图4.20和图4.21中分别给出了TEI时刻与近地点时刻上述算例对应轨道的三维仿真图形。其中每幅图左侧为月心惯性坐标系中的轨道，右侧为地心惯性坐标系中的轨道。图4.22为该月地转移轨道的地面星下点轨迹。

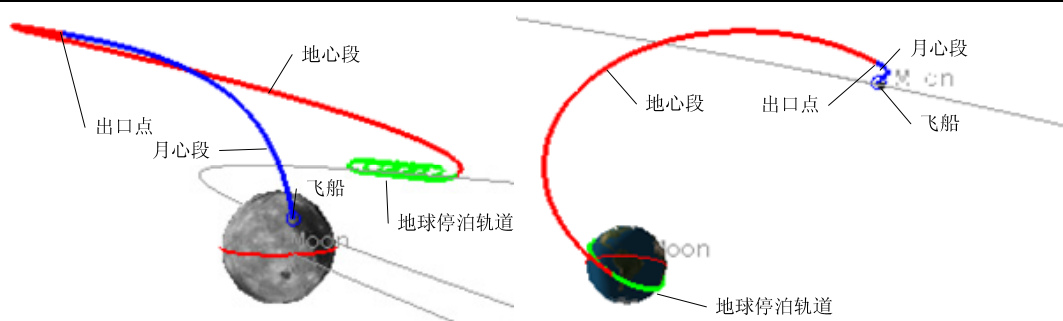


图4.20 货运飞船月地转移轨道初步算例TEI时刻全景

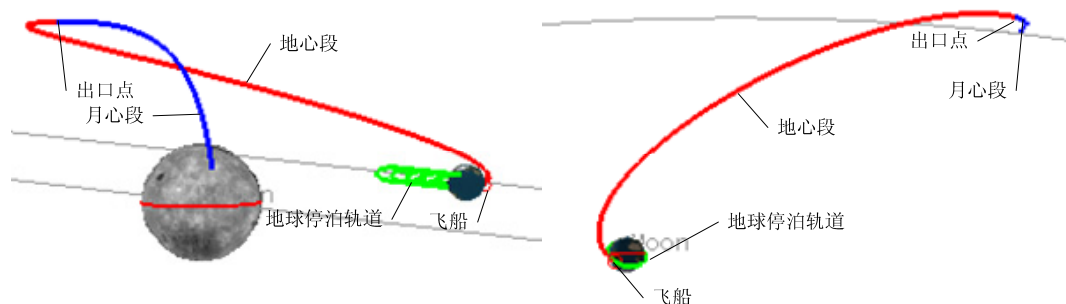


图4.21 货运飞船月地转移轨道初步算例近地点时刻全景

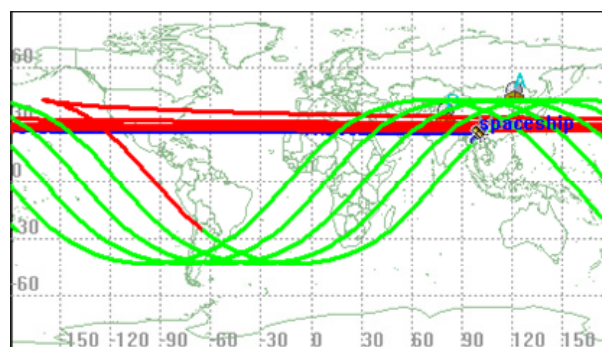


图4.22 货运飞船月地转移轨道初步算例星下点轨迹

4.5 月地转移轨道精确设计算例

4.5.1 载人飞船月地转移轨道精确设计算例

本算例中的精确力模型同时考虑地、月、日引力，太阳光压摄动与大气阻力摄动，地球非球形摄动取JGM2的 21×21 阶。在这一力模型下，如果仍采用表4.4中的近月点初始轨道根数，则对应的约束参数如表4.12所示。从表中可以看出，在精确力模型下，虽然近地点高度不再满足要求，但已实现飞抵地球附近这一基本要求，而且其他约束参数尚在约束范围内。这进一步证明了基于二体拼接法设计的初步轨道作为精确轨道初值的可行性。

表 4.12 载人飞船月地转移轨道初步算例在精确力模型下的约束参数取值

$\Omega^L / ^\circ$	$\Delta t^L / h$	r_A / km	$\lambda_A / ^\circ$	$\varphi_A / ^\circ$
15.0	75.9	2968.4	158.4	24.1

注：因近地点高度超过大气层厚度，该轨道不具有再入点，故用近地点代替了再入点，相应的飞行时间、再入点经纬度等参数均使用近地点做相应替换

精确力模型下的轨道计算将采用4.2.4.2节中的结果作为初值，但不再使用与4.2.3.1节中完全相同的设计流程以及相应的设计变量与约束参数，具体的固定参数、设计变量与约束参数选择如表4.13所示，搜索算法使用微分修正算法，具体算法描述参见第五章。

表 4.13 载人飞船月地转移轨道精确算例的参数选取

	参数	取值	备注
固定参数	近月点高度	100km	
	环月轨道倾角	170°	
	环月轨道升交点赤经	15°	
设计变量	TEI 历元	2025 年 1 月 1 日	初值
	月心段轨道偏心率	1.3394	初值
	近月点辐角	63.2°	初值
约束参数	飞行时间	70 ± 15h	
	再入角	7.0 ± 1°	
	再入点经度	180 ± 30°	
	再入点纬度	0 ± 30°	

使用微分修正算法经3次迭代计算便很快收敛，得到了满足约束条件的精确轨道。其TEI时刻在月心平赤道坐标系中的轨道根数如表4.14所示，地球再入点处在地球地心坐标系中的轨道根数如表4.15所示，各特征点处的状态参数如表4.16所示。表4.16中，近地点处的状态参数是依据再入点及其之前的轨道，采用Jacchia-Roberts大气密度模型预报的，因未考虑飞船返回舱形状等因素，近地点处的参数是一个估计值。

表 4.14 载人飞船月地转移轨道 TEI 时刻精确轨道根数

历元 (UTC)	a^L / km	e^L	$i^L / ^\circ$	$\Omega^L / ^\circ$	$\omega^L / ^\circ$
2025 年 1 月 1 日 10:04:04.12	-5060.3	1.3632	170.0	15.0	62.9

表 4.15 载人飞船月地转移轨道再入点精确轨道根数

a^E / km	e^E	$i^E / ^\circ$	$\Omega^E / ^\circ$	$\omega^E / ^\circ$	$f^E / ^\circ$
236047.5	0.9728	26.1	48.6	67.5	346.9

表 4.16 载人飞船月地转移轨道精确设计特征点状态参数

特征点	TEI	出口点		再入点	近地点
历元 (UTC)	1 日 10:04:04.12	2 日 01:44:06.10		4 日 13:28:18.74	4 日 13:30:32.40
坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系
X(km)	1226.40	166945.26	-65911.84	-1055.77	-2366.51
Y(km)	-1339.22	-259624.81	1407.21	5977.43	5364.34
Z(km)	284.06	-144647.69	-3138.20	2327.81	2610.44
Vx(km/s)	-1.8667	-0.2474	-1.0481	-9.9618	-9.6020
Vy(km/s)	-1.6673	0.7079	0.1058	-4.0182	-5.1405
Vz(km/s)	0.1988	0.3007	-0.0595	2.3570	1.8588

该精确轨道算例对应的约束参数如表4.17所示，将其与表4.13对比可知该精确轨道算例满足事先设置的约束条件。图4.23是在地心惯性坐标系中，从不同视角看到的该精确算例轨道在TEI时刻的全景；图4.24是月心惯性坐标系中再入时的精确轨道算例全景；图4.25为该月地转移轨道精确算例的地面星下点轨迹。

另外，三幅图中均给出了4.2.4.2节中的二体拼接轨道以及该二体拼接轨道算例初值在精确力模型下的运动轨迹作为对比。从图中可以看到，在月球附近，三条轨道几乎重合在一起，随着与月球距离的增加。精确力模型下的二体拼接轨道与另外两条轨道逐渐分离，而精确轨道与二体拼接轨道之间则相当接近。这说明二体拼接法获得的轨道因误差较大无法作为任务的标称轨道，但作为精确设计的初值有着良好的效果，并且其形状与精确轨道差别不大，可用以分析真实轨道的性质。这个结论是本章第二节中对月地转移轨道的性质分析有效的前提，也进一步印证了2.3节的结论与4.2节中的分析结果。

表 4.17 载人飞船月地转移轨道精确算例约束参数取值

飞行时间	75.4h
再入角	6.4°
再入点经度	153.9°
再入点纬度	21.1°

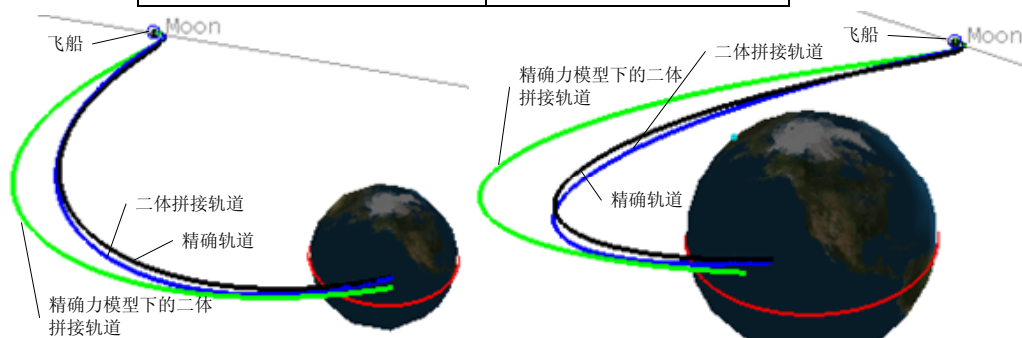


图4.23 载人飞船月地转移轨道精确算例TEI时刻全景

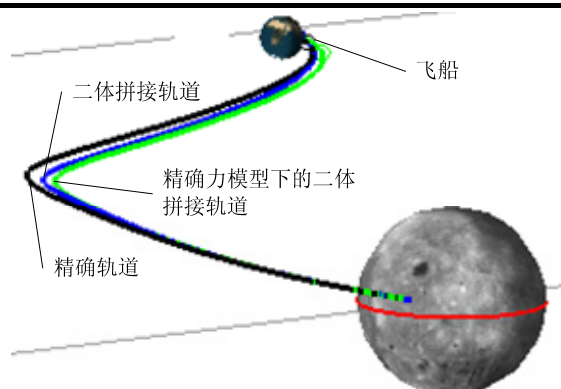


图4.24 载人飞船月地转移轨道精确算例再入点时刻全景

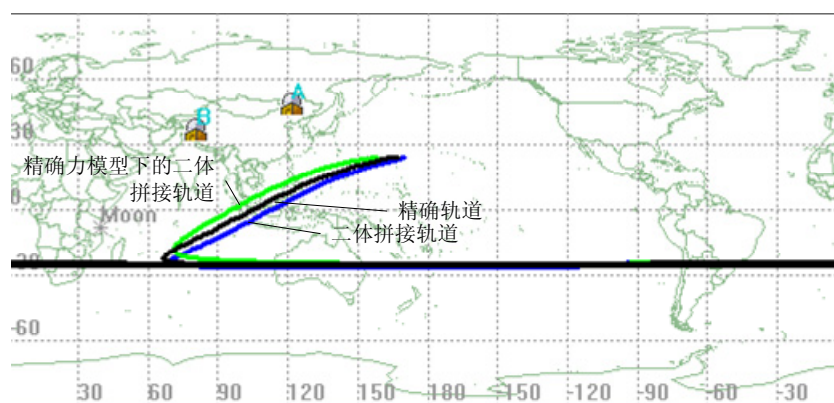


图4.25 载人飞船月地转移轨道精确算例星下点轨迹

4.5.2 货运飞船月地转移轨道精确设计算例

货运飞船的月地转移轨道精确设计算例中，采用与4.2.6.1节中相同的力模型。精确力模型下的轨道计算将采用4.2.4.3节中的结果作为初值，但不再使用与4.2.3.2节中完全相同的设计流程以及相应的设计变量与约束参数。具体的固定参数、设计变量与约束参数选择如表4.18所示，搜索算法仍使用微分修正算法。

表 4.18 货运飞船月地转移轨道精确算例的参数选取

	参数	取值	备注
固定参数	近月点高度	200.0km	
	环月轨道倾角	90.0°	
	环月轨道升交点赤经	150.2°	
设计变量	TEI 历元	2007年8月7日	初值
	月心段轨道偏心率	1.2343	初值
	近月点辐角	32.5°	初值
约束参数	近地点地心距	6378.1±10km	
	近地点升交点赤经	22.0±1°	
	近地点轨道倾角	43.0±1°	

使用微分修正算法约耗时30秒，经43次迭代后收敛，得到了满足约束条件的精确轨道。其TEI时刻在月心平赤道坐标系中的轨道根数如表4.19所示，近地点处在地心天球坐标系中的轨道根数如表4.20所示，各特征点处的状态参数如表4.21所示。

相比载人飞船，货运飞船月地转移轨道精确设计的耗时和迭代次数增加了许多，另外还可以发现，货运飞船的精确轨道与初步轨道之间的偏差（尤其是时间历元）也要比载人飞船的相应偏差更大。造成这一现象的原因是，货运飞船要返回固定停泊轨道的空间站，这一约束相比载人飞船再入点地理位置的大范围约束，明显要严格得多，具体参见表4.12与表4.18。因此，对于载人飞船来讲，将初步轨道进行小幅修正后即可满足精确轨道的约束条件，而对于货运飞船，则需要更广阔的搜索空间内方能寻找到满足精确轨道约束的解。

表 4.19 货运飞船月地转移轨道 TEI 时刻精确轨道根数

历元 (UTC)	a^L / km	e^L	$i^L / ^\circ$	$\Omega^L / ^\circ$	$\omega^L / ^\circ$
2007年8月7日 00:21:35.39	-6646.6	1.2916	90.0	150.2	35.6

表 4.20 货运飞船月地转移轨道近地点精确轨道根数

a^E / km	e^E	$i^E / ^\circ$	$\Omega^E / ^\circ$	$\omega^E / ^\circ$	$f^E / ^\circ$
193569.9	0.9660	43.0	22.0	219.2	0

表 4.21 货运飞船月地转移轨道精确设计特征点状态参数

特征点	TEI	出口点		近地点
历元 (UTC)	7日 00:21:35.39	7日 17:43:57.81		11日 21:52:58.99
坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系
X(km)	-1367.54	189249.53	56703.32	-3588.68
Y(km)	783.42	271290.53	-32469.97	-4728.44
Z(km)	1127.80	165099.95	9331.85	-2834.65
Vx(km/s)	1.2158	-0.1745	0.7994	8.7120
Vy(km/s)	-0.6965	-0.0805	-0.4585	-3.1532
Vz(km/s)	1.9580	0.0327	0.0602	-5.7696

图4.26是在月心惯性坐标系中，从不同视角看到的该精确算例轨道在TEI时刻的全景；图4.27是不同视角下地心惯性坐标系中近地点时的精确轨道算例全景。另外，图4.26与图4.27中还给出了4.2.4.2节中的二体拼接轨道作为对比，可以看出二体拼接轨道与精确轨道在空间形状上是非常接近的。但是本算例中，精确轨道的TEI历元比初步轨道算例的延后，而近地点历元比初步轨道算例的提前，这也意味

着这一精确轨道用了更短的时间完成月地转移过程。通过对比图4.26与图4.27中不同时刻下二体轨道上的飞船与精确轨道上的飞船位置，可以更加直观地发现这一点。

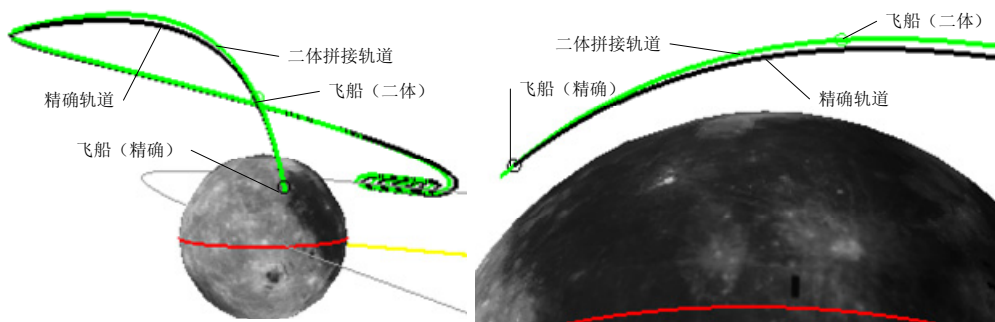


图4.26 货运飞船月地转移轨道精确算例TEI时刻全景

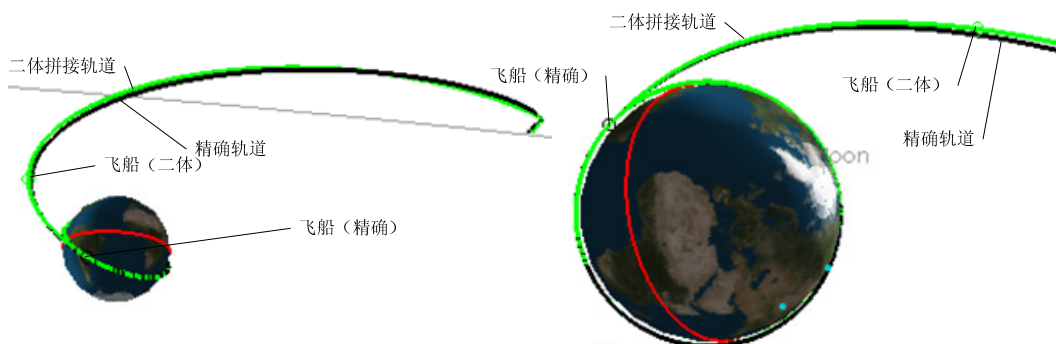


图4.27 货运飞船月地转移轨道精确算例近地点时刻全景

相比载人飞船，货运飞船月地转移轨道精确设计搜索计算的耗时和迭代次数增加了许多。另外还可以发现，货运飞船的精确轨道与初步轨道之间的偏差（尤其是时间历元）也要比载人飞船的相应偏差更大。造成这一现象的原因是：货运飞船要返回固定停泊轨道的空间站，这一约束相比载人飞船再入点地理位置的大范围约束，明显要严格得多，具体参见表4.12与表4.18。因此，对于载人飞船来讲，将初步轨道进行小幅修正后即可满足精确轨道的约束条件，而对于货运飞船，则需要更在更广阔的搜索空间内方能寻找到满足精确轨道约束的解。

4.6 本章小结

本章首先建立了月地转移轨道的计算模型，然后基于该模型分析了月地转移轨道的性质，最后针对两种代表性任务给出了月地转移轨道的设计流程与算例。主要工作和结论如下：

- 1) 在三维空间中建立月地转移轨道的数学模型。选取适当初始参数，基于二体轨道拼接法建立了月地转移轨道的数学模型。该模型无需积分、迭代、循环等计算过程，只需单流程的代数法便可获得月地转移轨道，因此计算速度非常快，仅需 $3 \times 10^{-4} s$ 便可计算出一条轨道，为计算大量轨道并分析其

特点提供了可能，这是该模型最大的特点。

- 2) 分析了月地转移轨道的性质。通过大量、全方位对月地转移轨道的计算，得到了该类轨道不同参数之间的关系等性质。主要结论如下：
 - a) 轨道的地心段分为地心顺行与地心逆行两类，地心逆行轨道不仅对应着较大的转移初速，而且再入时航天员与飞船面临更大的过载，载人登月工程中不宜选用。
 - b) 月地转移轨道出口点集中在月球影响球的东半球，分布区域呈现类似椭圆的形状，经度范围约为东经 20° 到东经 150° ，纬度范围约为 -6° ~ 15° 。
 - c) 出口点在东经 80° 附近时，转移初速与近地点速度取得极小值，因此适宜作为无人货运飞船轨道计算的初值；出口点在东经 40° 附近时，飞行时间与能量消耗的综合指标较好，适合作为载人登月飞船轨道计算的初值。
 - d) 出口点纬度对地心轨道倾角影响明显，轨道设计时可通过调整出口点纬度使地心轨道倾角满足要求；另外出口点纬度对转移初速有一定影响，轨道计算时初值可从 0° 到 10° 间选择。
 - e) 月心轨道倾角对飞行时间影响比较明显，飞行时间随着月心轨道倾角的增加呈现单调下降趋势，在 180° 时达到最小值。这一结论对载人登月任务有利，因为载人登月通常采用的自由返回轨道或者Hybrid轨道其月心倾角在 180° 附近，这样恰好有效的缩短了登月飞船返回地球所需的时间。
 - f) 综合分析各自变量对各目标参数的影响强弱，得到自变量对轨道参数的影响程度总表。该表将繁杂的参数间的相互关系整理到一起，可以在轨道设计时为如何调整轨道的参数提供比较重要的参考。
- 3) 给出了多约束条件下载人飞船与货运飞船的月地转移轨道设计流程，重点分析了载人登月飞船返回大气层时的再入角约束；按照流程，针对两种任务分别给出了二体拼接法设计的初步轨道算例。
- 4) 在上述初步轨道算例基础上考虑精确力模型，搜索得出了满足诸多约束的载人飞船与货运飞船月地转移轨道精确算例，可作为任务的标称轨道。

第五章 载人登月自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计

在论文的前两章中，对地月转移轨道与月地转移轨道设计问题进行了研究，这两种轨道既可用于载人登月任务，也可用于无人探月任务，但将这两种轨道简单叠加并不能形成一条经历地球-月球-地球的完整轨道。载人登月的发展对任务可靠性以及故障应急手段提出了新的要求，因此出现了自由返回轨道及其变种轨道，因其在面临意外时的美好特性而被广泛应用于阿波罗系列计划中，并在阿波罗13号任务中发挥出至关重要的作用，挽救了3名宇航员的生命。

本章首先对自由返回轨道与Hybrid轨道进行了概述与定性分析并介绍了阿波罗13号的轨道方案，然后给出了自由返回轨道的设计流程与标称轨道算例，最后给出了Hybrid轨道的飞行程序与设计算例。

5.1 自由返回轨道与 Hybrid 轨道概述

5.1.1 自由返回轨道概述

载人登月是复杂的系统工程，无论从科学发展角度还是国外经验来看，都需要在正式登月任务前进行充分的无人与载人飞行试验。这一系列试验中很重要的一环就是登月飞船经地月转移轨道飞抵近月点后不加机动，在引力作用下绕过月球后自动返回地球附近，以此让航天员与登月飞船经受除环月与着月过程外的大部分考验。这种轨道我们称之为自由返回轨道，如图5.1所示。

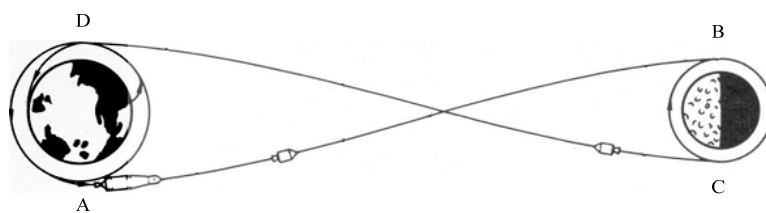


图5.1 自由返回轨道示意图

自由返回轨道还有更加重大的意义。在正式登月任务地月转移飞行（包括近月点制动LOI，图5.1中AB段）过程中，倘若航天员或飞船出现意外以至于无法完成登月，则只要不实施近月点制动就可以使飞船自动沿预先设计的轨道（CD段）返回地球，从而挽救航天员生命与部分飞船载荷，而能够实现这一方案的前提便是设计的标称轨道是自由返回轨道。嫦娥工程后期也可以采用这种轨道，若近月点制动失败，则探测器可返回地球附近并可回收返回舱，如此既可减小损失，也可以在任务中为载人登月验证技术方案并积累经验。

除载人登月任务外，自由返回轨道的另一应用领域是微型月球探测器。这种

探测器可在其他任务中搭载发射，探测器本身不携带燃料，利用火箭剩余能力将其推入自由返回轨道，对月球（尤其是月球背面）进行探测后自动返回地球附近，将数据传回地面。这种设计最大的优势是可以将探测器设计的非常小从而大大降低发射费用。在斯坦福大学空间系统研发实验室（Stanford University's Space Systems Development Laboratory）的CubeSat计划中，采用这一方案的月球探测器尺度只有10厘米，重量仅1千克^[76]。

根据飞行路径的不同，自由返回轨道可分为四类：

- 1) 绕月地心顺行自由返回轨道
- 2) 绕月地心逆行自由返回轨道
- 3) 地月间地心顺行自由返回轨道
- 4) 地月间地心逆行自由返回轨道

其中，绕月自由返回轨道（circumlunar free return trajectory）意思是轨道近月点在月球的远端，即飞船从月球背面绕过后返回地球附近，如图5.2所示；地月间自由返回轨道（cislunar free return trajectory）意思是近月点在月球的近端，即飞船从月球正面近旁转向后返回地球附近，但这并不意味着飞船飞行距离没有超出月球轨道半径，实际上，地月间自由返回轨道是飞船经过其地心椭圆远地点后在返回过程中与月球相遇，受月球引力作用转向后返回地球，如图5.3所示。绕月自由返回轨道无论飞行的距离还是总时间上通常都要远小于地月间自由返回轨道，典型的绕月自由返回轨道飞行时间是120~150小时，而地月间自由返回轨道的典型飞行时间则长达500~700小时。至于地心顺行轨道和地心逆行轨道的差别容易理解，在论文第四章中也曾加以区分。

从节约飞行时间和节省能量角度考虑，工程中会选用图5.2中所示的第一类轨道，即绕月地心顺行自由返回轨道，这也是本章内容重点研究的对象。需加以说明的是，图5.2与图5.3中的图形是按真实比例在地月旋转坐标系中绘制的，图中坐标轴的原点为地月系质心；图5.1只是简单的示意图。

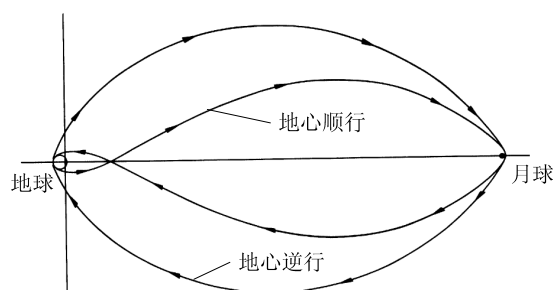


图5.2 绕月自由返回轨道

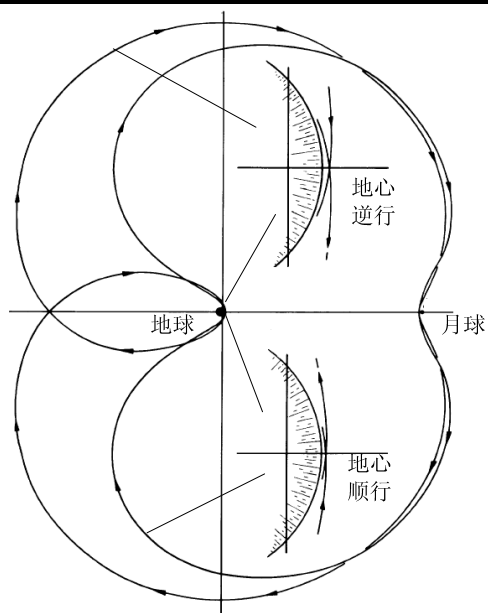


图5.3 地月间自由返回轨道

5.1.2 Hybrid 轨道概述

自由返回轨道的安全性毋庸置疑，但它也有自身局限性，就是其所受约束过严，以至于有些情况下无法设计出满足各种约束条件的自由返回轨道，或者满足所有约束需消耗过多推进剂。例如，自由返回轨道的单程（地月转移轨道或月地转移轨道）飞行时间通常在60小时到75小时之间，这可能导致飞船到达月球时不满足光照约束或地面测控约束，在有些情况下会导致发射窗口过窄甚至不存在；另外自由返回轨道的月心轨道倾角通常在 170° 到 180° 之间，这就限制了飞船的月面星下点轨迹纬度范围在 $\pm 10^\circ$ 之间，因此无法探测在此纬度范围外的月面区域。

鉴于自由返回轨道存在上述不足之处，有人提出了Hybrid轨道，这种轨道由自由返回轨道与非自由返回轨道组合而成，如图5.4所示。图5.4中，在中途转移点之前的实线部分为自由返回轨道，如果在此段飞行过程中任务出现意外需要中止，则不加机动，飞船将沿虚线部分返回地球并再入；如果任务正常，则在中途转移点处加以机动，飞船将沿剩余实线部分飞至近月点，此时施加近地点制动使飞船进入环月轨道；如果近月点处不加以制动，飞船绕过月球后不会返回地球大气层，如图中点划线所示。详细的Hybrid轨道飞行流程参见图5.15。

相比自由返回轨道，Hybrid轨道具备其部分优点，并且摒弃了其缺点。一方面，倘若飞船不幸在中途转移点之前出现故障，Hybrid轨道可以不经变轨将航天员送回地球，从而增加任务的安全性；另一方面，Hybrid轨道所受约束要弱于自由返回轨道，因此设计起来灵活性较大。

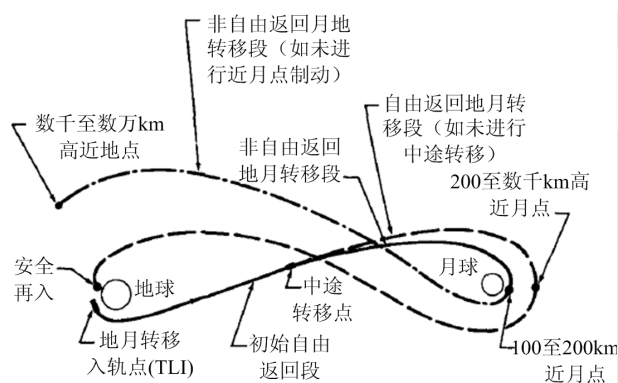


图5.4 Hybrid轨道示意图

自由返回轨道已被美国应用在Apollo 8, 10, 11任务中, Apollo 12, 13, 14任务采用的是Hybrid轨道。从那时起直至近期, 美国对自由返回轨道与Hybrid轨道的研究在持续进行^{[61]~[76]}, 可以说理论与应用上都是比较成熟的; 但由于技术保密等原因, 可查阅的文献多为对该类型轨道概念上的描述^[61], 或特征上的分析^[65], 或工程参数的简单介绍^{[63]~[69]}, 而可用于工程的详细设计方法并不易获得。在国内早些时候, 刘兴隆与段广仁基于圆锥曲线拼接法, 从几何与力学角度对自由返回轨道进行了分析^[86]; 曾国强等对利用月球近旁转向发射地球静止卫星方法进行了研究^{[87]~[89]}。在最近的一年里, 陈海萍对包括自由返回轨道在内的载人登月任务中止轨道特性进行了分析^[85]; 黄文德等对双二体假设下的自由返回轨道特性进行了分析^[90]; 张磊等介绍了给定约束条件下绕月自由返回轨道的设计方法, 并基于该方法分析了绕月自由返回轨道的相关特性^[91]。除此以外, 目前我国公开的相关研究并不多见。在国家航天战略规划的发展带动下, 对自由返回轨道及其衍生轨道开展进一步的研究已经势在必行。

自由返回轨道与Hybrid轨道虽然被阿波罗计划多次采用, 但其只有在阿波罗13号飞行过程中真正发挥了作用。下一小节中我们通过分析阿波罗13号的轨道方案进一步了解自由返回轨道与Hybrid轨道的特点与应用方式。

5.1.3 阿波罗 13 号轨道方案

阿波罗13号是阿波罗计划的第三次载人登月任务。发射后55小时, 服务舱的氧气罐发生的爆炸严重损坏了飞船, 使其大量损失氧气和电力。三位宇航员使用登月舱作为太空中的救生艇成功返回了地球。

在阿波罗13号的实际飞行过程中, 先后经历了自由返回轨道—Hybrid轨道—自由返回轨道的复杂过程, 是唯一采用自由返回轨道飞行返回地球的载人登月任务。

对阿波罗13号的实际飞行轨道方案进行分析，有助于更好的理解自由返回轨道与Hybrid轨道的原理、作用与设计方法。

1. 标称轨道

按照预先设计，阿波罗13号将使用土星V号SA-508于世界时1970年4月11日19:13:00发射，进入地球停泊轨道后绕行1.5圈后进行TLI，如图5.5所示。

阿波罗8号、10号、11号采用的自由返回地月转移轨道，TLI后飞船进入近月点110km的地月转移轨道，而如果不执行近月点制动，飞船将自行返回地球再入走廊。阿波罗13号采用的不是这种轨道而是Hybrid轨道，TLI机动后飞船仍进入自由返回轨道，但该轨道近月点为约400km高。随后的中途修正MCC-2将飞船带入近月点110km的非自由返回轨道。这一轨道绕过月球后近地点高度约为4600km，易知其不再满足地球再入的要求。

为了使轨道在LOI点足够精确，标称轨道中设计了两次额外的中途修正。LOI前22小时的MCC-3与LOI前5小时的MCC-4，如果MCC-2后的轨道与标称轨道偏差足够小，那么这两次中途修正就不必执行。

按照计划，飞船经LOI点制动后首先进入远月点310km，近月点105km的椭圆轨道，绕行2圈后减速进入远月点105km，近月点13km的下降轨道，并在该轨道上运行12圈后开始动力下降段。由于摄动影响，动力下降前该轨道远月点将变为109km，近月点将变为15km。动力下降段结束并着月后，按计划宇航员将在月面停留33.5小时。

完成月面探测后，登月舱从月面起飞并与指令服务舱对接，宇航员进入指令服务舱后抛弃登月舱。预计的TEI时刻为指令服务舱进入月球轨道90小时以后，并在月地转移轨道中进行MCC-5，MCC-6，MCC-7三次中途修正以保证地球再入时的精度，预先设计的再入角为 -6.5° 。

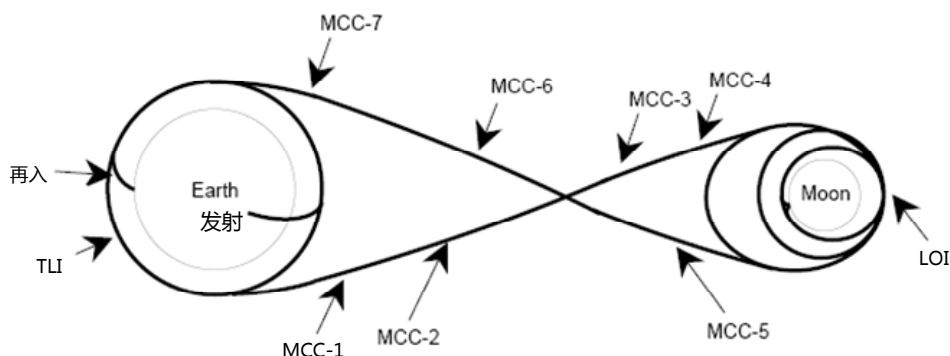


图5.5 阿波罗13号标称轨道示意图

2.实际飞行过程

在阿波罗13号距地球321860公里时，服务舱的二号氧气罐发生了爆炸，导致飞船上的电源出问题，使得登月已经不可能，而且航天员也处于极端危险之中。经过飞控中心科学家、工程师们艰苦细致的分析，休斯敦飞控中心果断地决定：中止登月飞行，利用完好的登月舱，立即返回地球。

当时飞船离地球已经38万公里，已经越过地球引力界面，飞船正在月球引力下往月球飞去。如果要返航，必须有足够大的火箭推力来克服月球吸引力。登月舱显然难于胜任。休斯敦飞控中心科学家们经过周密计算，并让地面航天员进入登月舱模拟，最后得出了一个最省燃料的返回轨道。

最终被选择的返回方法是修正当前飞行轨道使飞船进入自由返回轨道，绕过月球而不进入环月轨道，利用月球引力使飞船返回地球，如图5.6所示。为了能够进入自由返回轨道，必须执行一次轨道修正（图中MCC-4）；通常情况下，轨道纠正会使用服务推进系统，但在不敢保证其安全性的情况下，在工程师进行长时间的研究后，指挥中心决定使用登月舱的降落火箭。在绕过月球后，登月舱降落火箭被点燃，执行了263秒的燃烧，使飞船加速返回地球，并将着陆点调整到了标称轨道预计的太平洋区域。返回地球途中登月舱降落火箭点火两次（MCC-5, MCC-7），用以保证地球再入时飞船具有足够精确的参数。

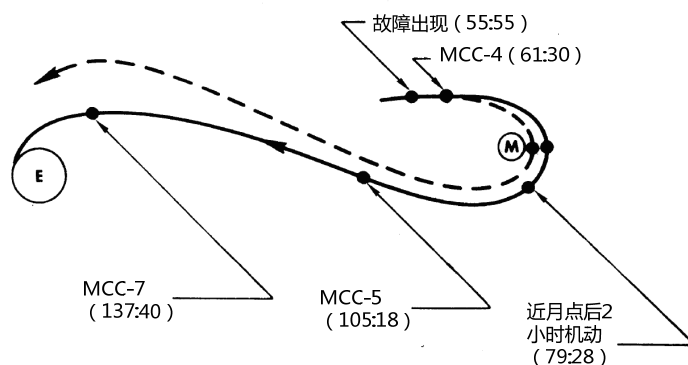


图5.6 阿波罗13号发生故障后轨道示意图

阿波罗13号的关键点事件及相应的参数如表5.1所示。

阿波罗13号飞船登月虽然失败却成功将航天员营救回来，所以航天界称这次飞行是“一次成功的失败”。对自由返回轨道与Hybrid轨道的大量前期研究，使美国研究人员熟练地掌握了这两种轨道的特性与设计方法，这是阿波罗13号“成功”的一个重要前提。下面介绍自由返回轨道与Hybrid轨道的设计方法与算例。

表 5.1 阿波罗 13 号关键事件

序号	事件	距发射时刻	速度改变量/持续时间	注释
1	TLI	2:35:46	10437.1 ft/sec 350.7 sec	将飞船送入自由返回地月转移轨道
2	MCC-1	计划于11:41:23		未执行
3	MCC-2	30:40:50	23.1 ft/sec 3.37 sec	将飞船送入 Hybrid 轨道
4	MCC-3	计划于 55:26:02		未执行
5	氧气罐爆炸	55:54:53	0.5 ft/sec	
6	MCC-4	61:29:43.5~61:30:17.7	37.8 ft/sec 34.2 sec	将飞船送入在印度洋着陆的自由返回轨道
7	近月点后 2 小时加速	79:27:39.0~79:32:02.8	860.5 ft/sec 263.8 sec	缩短返回时间,并将着陆点调整至太平洋
8	MCC-5	105:18:28.0~ 05:18:42.0	7.8 ft/sec 14.0 sec	调整再入角至-6.52°
9	MCC-7	137:39:51.5~137:40:13.0	3.0 ft/sec 21.5 sec	调整再入角至-6.49°
10	服务舱分离	138:01:48	0.5 ft/sec	分离后宇航员对服务舱拍照
11	登月舱分离	141:30:00	1.88 ft/sec CM 0.65 ft/sec LM	
12	地球再入	142:40:46		此时飞船高度 400000 英尺
13	着陆	142:54:41		着陆点距营救军舰 3.5 海里

注：MCC 为中途修正，CM 为指令舱，LM 为登月舱，ft 为英尺

5.2 自由返回轨道设计方法

5.2.1 自由返回轨道设计流程

可以通过下面所述搜索流程获得从满足一定条件的地球停泊轨道出发，飞越月球后返回地球且满足终端约束的自由返回轨道。地球停泊轨道由轨道历元 t_0 与 6 要素 $(a, e, i, \Omega, \omega, f)$ 确定，分别为半长轴、偏心率、轨道倾角、升交点赤经、近地点幅角与真近点角。当任务方案确定后，任务采用的发射场与运载火箭也相应确定，也就是说对应的地球停泊轨道的半长轴、偏心率、轨道倾角、近地点幅角以及真近点角均基本确定。地球停泊轨道通常采用圆轨道，偏心率 e 为 0，半长轴 a 也就确定为停泊轨道高度；轨道倾角 i 由发射场纬度和发射方位角确定；对于圆轨道，近地点幅角 ω 没有意义；真近点角 f 的确定可以这样理解，假设轨道历元 t_0 选择停泊轨道入轨时刻，那么在发射场、运载火箭以及测控等约束下，入轨点位置基本确定，也就是 f 已确定。

这样，5个要素已基本由发射运载系统确定，可视为常数^[76]，因此上述参数中仅 Ω 与 t_0 可调整。另外设 t_i 为地月转移轨道入轨（TLI）时刻， Δv 为进入转移轨道需要的速度增量（冲量假设，切向推力），则整条自由返回轨道可由如下4元素向量确定

$$\mathbf{V} = [t_0 \quad \Omega_0 \quad t_i \quad \Delta v]^T \quad (5.1)$$

任务的终端约束，也就是搜索目标为

$$\mathbf{G} = [h_L \quad i_L \quad h_E \quad \Delta t]^T \quad (5.2)$$

其中， h_L 为近月点高度， i_L 为近月点处轨道相对月球赤道的倾角， h_E 为近地点高度， Δt 为任务飞行时间，从进入地球停泊轨道起，返回轨道到达近地点止。选择这4个参数的原因在于，对于载人登月任务来说，自由返回只是一个应急方案，首先需要考虑的还是正常任务的需求， h_L 与 i_L 对于登月任务来说是必须事先确定的；近地点高度 h_E 这一约束也可以更改为再入角约束，参见本文4.3.1节中的讨论，这是在过载等限制下对载人登月任务提出的一个比较严格的约束；另外飞行时间 Δt 对于载人任务也非常重要， Δt 过长增加了任务生命保障的负担，过短则会消耗过多的燃料。

搜索的变量为 \mathbf{V} ，目标为 \mathbf{G} ，运动方程(5.10)式将在后面给出， \mathbf{V} 、 \mathbf{G} 与状态量 $[x, y, z, vx, vy, vz]^T$ 间的转换可参考二体理论相关文献。目标 \mathbf{G} 与变量 \mathbf{V} 间的关系可表示为

$$\mathbf{G} = \mathbf{F}(\mathbf{V}) \quad (5.3)$$

\mathbf{F} 是一个复杂的函数，由运动方程(5.10)和一些轨道参数间的转换关系构成，并且不具备显式表达式的形式，因此难以用解析法求解方程(5.3)，需要用数值算法。下面介绍微分修正搜索算法，因算法本身比较成熟，此处仅简要介绍其在自由返回轨道设计中的应用。

微分修正算法第 k 次搜索公式为

$$\mathbf{V}_{k+1} = \mathbf{V}_k + [\mathbf{M}'|_k]^{-1} [\mathbf{G}_T - \mathbf{G}_k] \quad (5.4)$$

其中， \mathbf{V}_k 为第 k 次搜索时的变量 \mathbf{V} ； $\mathbf{G}_k = \mathbf{F}(\mathbf{V}_k)$ ； \mathbf{G}_T 为最终目标；

$$\mathbf{M}'|_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_L}{\partial t_0} & \frac{\partial h_L}{\partial \Omega_0} & \frac{\partial h_L}{\partial t_i} & \frac{\partial h_L}{\partial \Delta v} \\ \frac{\partial i_L}{\partial t_0} & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_E}{\partial t_0} & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \Delta t}{\partial t_0} & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_k \quad (5.5)$$

偏导数阵 \mathbf{M}' 称为敏感度矩阵，反映了目标相对于变量扰动的敏感性，是微分修正法中的关键所在。此矩阵应满秩以便可对其求逆。因为 F 不是显式表达式，所以 \mathbf{M}' 中的每项偏导数无法直接计算，需要用差分法来计算其数值。例如

$$\left. \frac{\partial h_L}{\partial \Omega_0} \right|_k = \left. \frac{\Delta h_L(t_0, \Omega_0 + \delta \Omega_0, t_i, \Delta v) - \Delta h_L(t_0, \Omega_0, t_i, \Delta v)}{\delta \Omega_0} \right|_k \quad (5.6)$$

$$\left. \frac{\partial \Delta t}{\partial t_0} \right|_k = \left. \frac{\Delta t(t_0 + \delta t_0, \Omega_0, t_i, \Delta v) - \Delta t(t_0, \Omega_0, t_i, \Delta v)}{\delta t_0} \right|_k \quad (5.7)$$

其中 $\delta \Omega_0$ 、 δt_0 称为扰动 (Perturbation)，是为了计算数值偏导数而人为施加的，其过大或过小均可能影响收敛速度与精度，实际计算中需根据经验选取和调整。微分修正法原理简单，收敛速度很快，但缺点是在全局范围上搜索能力不够强，容易陷入一个局部极值点反复进行无意义的搜索，从而无法得到真正的全局解。解决这一问题的基本方法是提供良好的初值，这可以通过分析轨道的特性获得。

自由返回轨道的设计流程如图5.7所示。

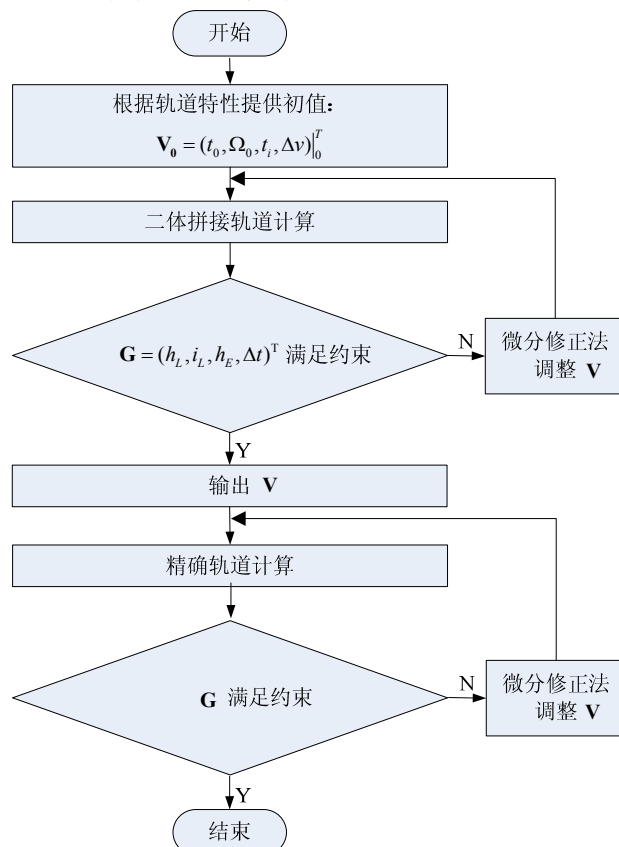


图5.7 自由返回轨道设计流程

5.2.2 自由返回轨道初步设计算例

前面曾提及，停泊轨道除 Ω 与 t_0 外，其余5个轨道根数已事先确定，其在本算例中的取值如表5.2所示。表5.2中轨道根数表示在J2000.0地心天球坐标系中。

表 5.2 停泊轨道事先确定的轨道根数

半长轴 (km)	偏心率	倾角 (°)	近地点幅角 (°)	真近点角 (°)
6578.00	0	28.50	0	0

上一小节中已经选取了4个参数作为约束目标,表5.3中给出一组具体参数作为算例中的约束参数值。其中, h_L 选择100km是载人登月任务需要,这样经近月点制动后飞船可直接进入环月低轨道,伺机进行登陆。 i_L 选择180°则是自由返回轨道的自身要求,只有当转移轨道月心段在月球赤道面附近,并且飞船绕月方向与月球自转方向相反时,才有可能实现自由返回。对于登月飞船,考虑到返回地球后最好能利用地球大气阻力减速,故将 h_E 设为100km。 Δt 选择140小时的原因主要在于载人任务飞行时间不宜过长,结合阿波罗计划情况,将单程飞行时间设定在70小时左右。

表 5.3 自由返回轨道目标参数取值设置

目标参数	h_L (km)	i_L (°)	h_E (km)	Δt (h)
目标值	100 ± 20	180 ± 15	100 ± 20	140 ± 10

按照5.2.1节中的模型和5.2.2节中的搜索算法,可以得到二体拼接法下的设计变量结果为

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 2459031.98880613 \text{ (UTC Julian Date)} \\ 37.905^\circ \\ 2459032.0000309 \text{ (UTC Julian Date)} \\ 3.1580 \text{ km/s} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

由此可以得到二体拼接法下的自由返回轨道,其地球停泊轨道入轨点 (EOI, Earth orbit insertion) 轨道参数、TLI处轨道参数、近月点处轨道参数以及月地转移段近地点处轨道参数如表5.4所示。

表 5.4 自由返回轨道初步算例特征点轨道参数

	EOI	TLI	近月点	近地点
历元	1 Jul 2020 11:43:52.85	1 Jul 2020 12:00:02.67	4 Jul 2020 06:13:01.73	7 Jul 2020 03:15:19.25
半长轴 (km)	6578.7	274685.5	-4230.2	254366.4
偏心率	0.0001	0.9761	1.4615	0.9745
倾角(°)	28.5	28.5	174.1	23.9
升交点赤经(°)	37.9	37.9	252.6	10.6
纬度幅角(°)	0.0	65.7	342.2	72.1
高度(km)	199.9	204.3	114.1	103.5
速度(km/s)	7.784	10.942	2.486	11.022

从表5.4中可以进一步得到约束参数为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 114.1km \\ 174.1^\circ \\ 103.5km \\ 135.52h \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

通过式(5.9)与表5.3的对比,可以看出近月点高度、近月点倾角、近地点高度与飞行时间等约束参数均在事先指定的范围内。自由返回轨道初步算例的特征点状态参数如表5.5所示。

表 5.5 自由返回轨道初步算例特征点状态参数

特征点	EOI	TLI	入口点	
历元 (UTC)	1 Jul 2020 11:43:52.85	1 Jul 2020 12:00:02.67	3 Jul 2020 15:34:24.08	
坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系
X(km)	5190.25	-1107.26	-861.86	50525.99
Y(km)	4041.21	5818.71	-301556.44	42305.29
Z(km)	0.01	2862.13	-128902.13	-3658.74
Vx(km/s)	-4.2030	-10.2983	0.2073	-0.8268
Vy(km/s)	5.3980	-3.0133	-0.8627	-0.7878
Vz(km/s)	3.7146	2.1443	-0.4387	0.0569
特征点	近月点	出口点		近地点
历元 (UTC)	4 Jul 2020 06:13:01.73	4 Jul 2020 20:51:39.37		7 Jul 2020 03:15:19.25
坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系
X(km)	11.55	7214.60	-51020.20	915.09
Y(km)	-1951.34	-304027.28	41392.27	5906.32
Z(km)	-61.17	-133124.78	6294.36	2499.71
Vx(km/s)	-2.4743	0.1951	-0.8360	-10.8803
Vy(km/s)	-0.0222	0.8237	0.7729	1.1045
Vz(km/s)	0.2424	0.3431	0.1062	1.3734

5.2.3 自由返回轨道精确设计算例

5.2.3.1 轨道动力学方程

通常情况下，在地月空间内运动的航天器受力包括：地心引力与月心引力、其他天体引力摄动、地球与月球非球形摄动、太阳光压摄动、大气阻力摄动以及地球潮汐摄动等。本文采用分段受摄高精度动力学模型：地心段（月球影响球外）考虑地心引力、地球非球形摄动、日月引力摄动、太阳光压摄动与大气阻力摄动；月心段（月球影响球内）考虑月心引力、月球非球形摄动、日地引力摄动与太阳光压摄动。在理想惯性坐标系下的动力学方程如下

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_E \mathbf{r}}{r^3} - \frac{\mu_L \mathbf{r}_L}{r_L^3} - \frac{\mu_S \mathbf{r}_S}{r_S^3} - \frac{\mu_L \mathbf{r}_{EL}}{r_{EL}^3} + \mathbf{A}_R + K \left(-\frac{\mu_S \mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} + \mathbf{A}_E + \mathbf{A}_D \right) + |K-1| \left(-\frac{\mu_S \mathbf{r}_{LS}}{r_{LS}^3} + \mathbf{A}_L \right) \quad (5.10)$$

其中： \mathbf{r} 、 \mathbf{r}_L 、 \mathbf{r}_S 分别为航天器地心、月心、日心矢量； \mathbf{r}_{EL} 、 \mathbf{r}_{ES} 、 \mathbf{r}_{LS} 分别为月球地心矢量、太阳地心矢量、太阳月心矢量； μ_E 、 μ_L 、 μ_S 分别为地球、月球、太阳引力常数； K 为标识位，在地心段取值为1，月心段取值为0。为便于计算，采用J2000.0地心天球坐标系，忽略其非惯性带来的误差。 \mathbf{A}_E 、 \mathbf{A}_L 、 \mathbf{A}_R 、 \mathbf{A}_D 分别为不同类型的摄动加速度，下面给出简要计算方法。

\mathbf{A}_E 为地球非球形摄动加速度

$$\mathbf{A}_E = \mathbf{M}'^T \left(\frac{\partial V_{NSE}}{\partial \bar{\mathbf{R}}'(X', Y', Z')} \right)^T \quad (5.11)$$

式中 \mathbf{M}' 表示地心天球坐标系至地固坐标系的旋转矩阵，参见附录A.1节；

$\left(\frac{\partial V_{NSE}}{\partial \bar{\mathbf{R}}'(X', Y', Z')} \right)^T$ 为 V_{NSE} 对地固坐标系的直角坐标 (X', Y', Z') 的梯度； V_{NSE} 为地球非球

形摄动位函数在地固坐标系中的球谐函数的形式

$$V_{NSE} = \frac{\mu_E}{R} \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_E}{R} \right)^n \bar{p}_{nm}(\sin B) (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \quad (5.12)$$

式中 R_E 为地球赤道半径； μ_E 为地球引力常数； (R, L, B) 为探测器在地固坐标系的地心距、地心经度和地心纬度； \bar{C}_{nm} 、 \bar{S}_{nm} 为归一化的地球引力位系数； $\bar{p}_{nm}(\sin B)$ 为归一化的勒让德多项式； N 为所取地球引力场模型的阶次。

在本算例中地球非球形摄动加速度取至WGS84模型 30×30 阶。

\mathbf{A}_L 为月球非球形摄动加速度

$$\mathbf{A}_L = (\mathbf{M})^T \left(\frac{\partial V_{NSL}}{\partial \bar{\mathbf{F}}'(x', y', z')} \right)^T \quad (5.13)$$

其中 \mathbf{M} 表月心平赤道坐标系至月固坐标系的旋转矩阵，参见附录A.5节；

$\left(\frac{\partial V_{\text{NSL}}}{\partial \vec{r}'(x', y', z')}\right)^T$ 为 V_{NSL} 对月固坐标系的直角坐标 (x', y', z') 的梯度，月球非球形摄动位函数在月固坐标系中可展成以下球谐函数的形式

$$V_{\text{NSL}} = \frac{\mu_L}{r'} \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_L}{r'}\right)^n \bar{p}_{nm}(\sin B') \left(\bar{C}'_{nm} \cos mL' + \bar{S}'_{nm} \sin mL'\right) \quad (5.14)$$

式中 R_L 为月球赤道半径； (r', L', B') 为探测器在月固坐标系的月心距和月心经度、月心纬度； \bar{C}'_{nm} 、 \bar{S}'_{nm} 为归一化的月球引力位系数； N 为所取月球引力场模型的阶次。

在本算例中月球非球形摄动加速度取至LP165P模型50×50阶。

\mathbf{A}_R 为太阳光压摄动加速度

$$\mathbf{A}_R = \kappa P_{SR} a_U^2 C_R \left(\frac{S_R}{m}\right) \frac{\Delta_S}{\Delta_S^3} \quad (5.15)$$

式中 P_{SR} 为作用在离太阳一个天文单位处黑体上的光压，取为 $4.560 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ ； a_U 为天文单位长度； C_R 为探测器的表面反射系数，本算例中取为2.0； $\bar{\Delta}_S = \bar{R} - \bar{R}_S$ ， \bar{R}_S 为太阳的地心天球坐标系中的位置矢量； m 为探测器的质量； S_R 为垂直于 $\bar{\Delta}_S$ 方向的探测器的横截面积，本算例中取为 1 m^2 ； $\Delta_S = |\bar{\Delta}_S|$ ； κ 为阴影因子。由于光压摄动影响量级不大，所以在计算阴影因子时，可采用圆柱阴影模型。

\mathbf{A}_D 为大气阻力摄动加速度

$$\mathbf{A}_D = -\frac{1}{2} C_D \left(\frac{S_D}{m}\right) \rho V_r \vec{V}_r \quad (5.16)$$

式中 C_D 为阻力系数，本算例中取为2.0； S_D 为与垂直于 \vec{V}_r 方向的探测器的横截面积，本算例中取为 1 m^2 ； ρ 为大气密度，本算例中选取了Jacchia-Roberts模型； \vec{V}_r 为探测器相对于大气的运动速度，可以表示为

$$\vec{V}_r = \dot{\bar{R}} - \bar{\omega}_E \times \bar{R} \quad (5.17)$$

式中 $\bar{\omega}_E$ 为地球自转角速度矢量^[53]。

5.2.3.2 精确轨道算例

在5.2.3节中初步算例结果的基础上，采用上述高精度动力学方程进行数值积分，结合微分修正搜索算法，可以得到精确力模型下的设计变量

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 2459031.98903762 \text{ (UTC Julian Date)} \\ 37.350^\circ \\ 2459032.00026678 \text{ (UTC Julian Date)} \\ 3.1618 \text{ km/s} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

比较式(5.18)与式(5.8)可以发现精确轨道的设计变量与初步设计算例中相差很小。高精度动力学方程下的自由返回轨道,其地球停泊轨道入轨点(EOI, Earth orbit insertion)轨道参数、TLI处轨道参数、近月点处轨道参数以及月地转移段近地点处轨道参数如表5.6所示。

表 5.6 自由返回轨道精确算例特征点轨道参数

	EOI	TLI	近月点	近地点
历元	1 Jul 2020 11:44:12.85	1 Jul 2020 12:00:23.05	4 Jul 2020 04:25:48.12	7 Jul 2020 01:22:07.42
半长轴 (km)	6578.0	288877.4	-3801.2	252910.1
偏心率	0.0000	0.9772	1.4835	0.9744
倾角(°)	28.5	28.5	169.4	35.1
升交点赤经(°)	37.4	37.3	239.0	305.4
纬度幅角(°)	0.0	66.0	328.4	129.2
高度(km)	199.9	198.3	100.0	109.8
速度(km/s)	7.784	10.951	2.573	11.017

该轨道对应的约束参数为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 100.0km \\ 169.4^\circ \\ 109.8km \\ 133.63h \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

通过式(5.9)与表5.3的对比,可以看出近月点高度、近月点倾角、近地点高度与飞行时间等约束参数均在事先指定的范围内。自由返回轨道初步算例的特征点状态参数如表5.7所示。

表 5.7 自由返回轨道精确算例特征点状态参数

特征点	EOI	TLI	入口点	
历元 (UTC)	1 Jul 2020 11:44:12.85	1 Jul 2020 12:00:23.05	3 Jul 2020 14:24:12.55	
坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系
X(km)	5229.11	-1056.72	-5324.05	0.1689
Y(km)	3990.81	5822.78	-300765.16	-0.9214
Z(km)	0.00	2859.14	-128515.57	-0.4616
Vx(km/s)	-4.1504	-10.3329	50410.87	-0.8634
Vy(km/s)	5.4382	-2.9358	42409.86	-0.8389
Vz(km/s)	3.7144	2.1282	-4018.51	0.0599
特征点	近月点	出口点		近地点
历元 (UTC)	4 Jul 2020 04:25:48.12	4 Jul 2020 18:27:56.60		7 Jul 2020 01:22:07.42
坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系	月心平赤道坐标系	地心天球坐标系
X(km)	4.54	-1483.93	-50638.64	973.69
Y(km)	-1829.75	-308163.27	40608.53	5721.71
Z(km)	-176.13	-127852.91	11944.68	2889.90
Vx(km/s)	-2.5418	0.1648	-0.8669	-9.5877
Vy(km/s)	-0.0450	0.7901	0.8058	3.6570
Vz(km/s)	0.4016	0.4439	0.2133	-4.0102

图5.8中第一幅图描绘了在地心惯性坐标系中，从黄北极方向看到的该精确算例轨道全景，时刻为飞船进入月球影响球前，从中可以看出自由返回轨道具有高度的对称性。第二幅图中则是在月心惯性坐标系中，从日月连线附近方向看到的近月点附近的部分轨道，时刻为飞船正位于近月点处，从中可以看出自由返回轨道的近月点位于月球的背面，几乎与地球的对点重合。从图5.8的仿真中可直观的看出设计的精确轨道能够实现绕月自由返回的任务。

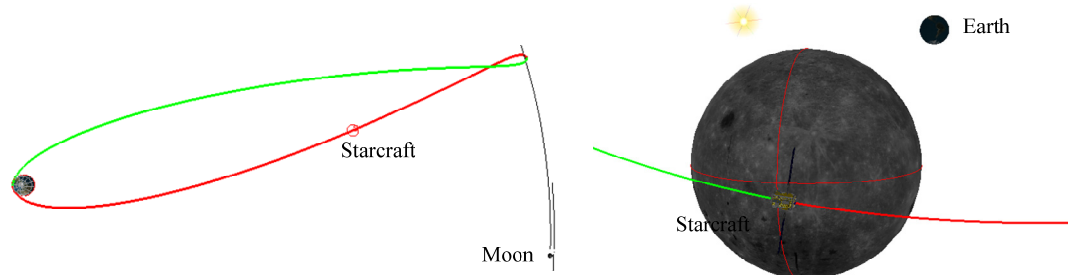


图5.8 自由返回轨道精确算例仿真图

图5.9中第一幅图描绘的是飞船近月点时刻从地月连线方向看到的自由返回轨道精确算例与初步算例的对比图形，第二幅图中是在月心惯性系中飞船返回近地点时刻的轨道全景。从图5.9中可以看出两条地月转移段轨道几乎重合，而经月球引力转向后，月地转移段轨道，尤其是轨道倾角与升交点赤经却差别很大，这一现象的原因将在下面的误差传递分析中进一步解释。另外从第一幅图中还可以看出，无论是二体拼接模型下还是高精度力模型下，自由返回轨道返回地球的近地点与地月转移轨道入轨点在惯性空间位置接近。

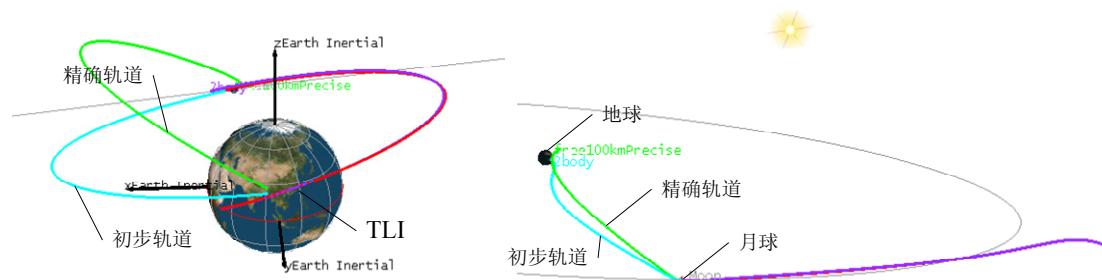


图5.9 自由返回轨道初步算例与精确算例对比

5.2.3.3 误差传递分析

可以将上述精确轨道作为标称轨道，得到标称轨道后，对选取的控制参数的误差对于轨道的影响情况进行分析。误差包括指定时刻飞船的定轨误差，特征点（例如轨道机动点）的时间控制误差，以及机动本身带来的误差，例如速度冲量控制误差等。对于模型本身的系统误差，此处不进行分析。

我们最关心的是，在变量 \mathbf{v} 存在误差的前提下目标参数 \mathbf{G} 会有多大幅度的变化。因为 $\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{v})$ ^[76]，所以 \mathbf{G} 的偏微分可表示为

$$\partial \mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{v}} \partial \mathbf{v} \quad (5.20)$$

此处 $\partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{v}$ 是一个 4×4 的矩阵，称为系统的Jacobian矩阵，用来衡量不同变量变化时对目标参数的影响程度，其实质是5.2.2节中的敏感度矩阵 \mathbf{M}' ，因此在误差传递分析中无需重新计算 $\partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{v}$ 。这也是采用微分修正搜索算法的一个好处，即在搜索求解的过程中实际上已经考虑了变量扰动对目标参数的影响，这样就大大减小了误差传递分析的工作量。

在变量 \mathbf{v} 相对标称轨道存在微小误差情况下，基于(5.20)式与前面已经得到的Jacobian矩阵 \mathbf{M}' ，计算得到了目标参数 \mathbf{G} 相对标称轨道的偏差，结果见表5.7。从结果中可以看出，除停泊轨道历元 t_0 影响较小外，其他三个变量的扰动对目标参数均有明显影响，尤其是升交点赤经 Ω_0 ，其 0.1° 的误差使近月点高度 h_l 增加了约300km，而经月球近旁转向返回地球附近后，近地点高度 h_e 的变化更是高达近3400km。由此可见，对 Ω_0 、 t_i 、 Δv 等变量需要加以精确控制，而对于精度要求较

高的任务，例如载人登月任务，采取中途修正措施是必需的。

表 5.8 基于标称轨道的误差传递计算

受扰动变量	误差大小	Δh_L (km)	Δi_L (°)	Δh_E (km)	$\Delta \Delta t$ (h)
t_0 (UTCG)	1s	-0.5462	-0.0033	7.3912	-0.0046
Ω_0	0.1°	301.4528	0.8586	-3393.7742	2.8055
t_i (UTCG)	1s	229.7174	-0.8783	-1483.7183	2.5524
Δv	0.1m/s	52.6295	0.297	-978.6639	0.3908

另外从表5.8中可以总结出，几个设计变量的扰动对飞船在月球附近的参数影响并不大，例如 h_L 最大只变化了301km， i_L 最大变化也不到1°；但是近地点的参数受影响非常大，从 h_E 的变化幅度中可以验证这一点。造成这一现象的原因是月球引力的聚拢与发散作用（可参见图2.14、图3.17与图4.23），其成因从轨道动力学角度加以分析并不复杂。有趣的是，这一现象与所谓的“引力透镜效应”非常相似，深入的思考可以发现这一现象的本质正如爱因斯坦的广义相对论所言，物质周围的空间在物质引力作用下向物质的方向弯曲。

5.2.3.4 轨道参数变化

前文计算得到的自由返回轨道标称轨道在地心天球坐标系下的轨道根数变化情况如图5.10所示。图5.10中最明显的特点是各轨道根数在每幅图的中央，也就是飞船在月球附近时，曲线形状变化最为剧烈。飞船开始时在以地心为焦点的类大椭圆（实际上因为各种摄动影响飞船的轨迹并非圆锥曲线，所以用“类”）上飞行，接近月球后在月心引力作用下，轨道形状不断改变，从类椭圆变为类抛物线再变为类双曲线，飞越近月点后则经历与之相反的飞行过程。图中半长轴的巨大数值便是抛物线飞行阶段造成的，从偏心率的变化可以得到同样的结论。偏心率在初始时刻的跳变是由于算例采用的冲量假设，即在TLI点从圆形的停泊轨道瞬时进入大椭圆轨道。近地点辐角在初始时刻的跳变是由于地球停泊轨道受摄动影响导致近圆轨道的近地点辐角出现异常变化。真近点角初始时刻的跳变与近地点辐角的跳变相关。

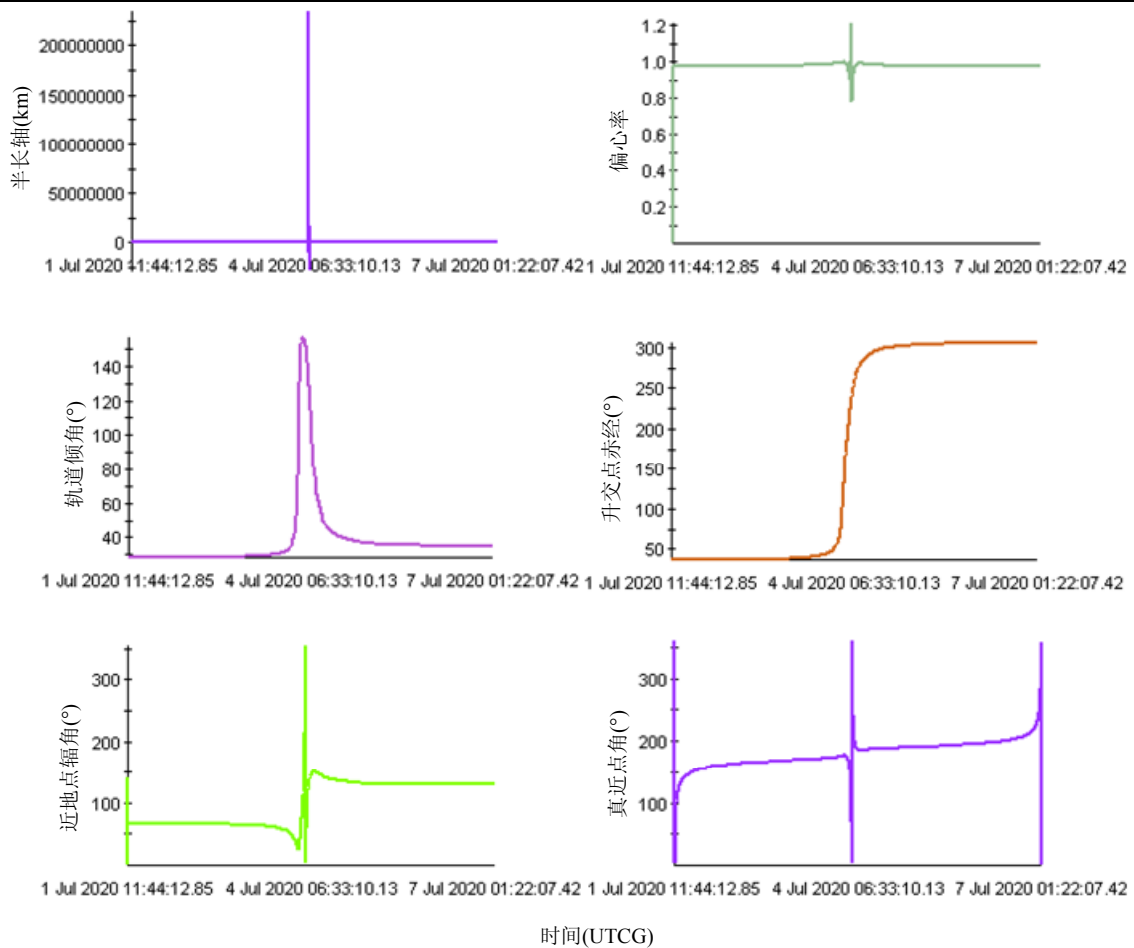


图5.10 地心天球坐标系下的自由返回轨道轨道根数变化曲线

图5.11中是自由返回轨道标称轨道的地心距与地心速度变化曲线。地心距变化曲线以近月点时刻4 Jul 2020 04:25:48.12为轴呈现基本对称的形状，最大值近似为该时刻的地月距离。地心速度的变化则如前面所言，飞船在类大椭圆轨道上越接近远地点，速度约小，但飞抵月球附近后受其引力影响，速度不降反增，造成了图中地心速度曲线在近月点时刻附近的小的凸起。

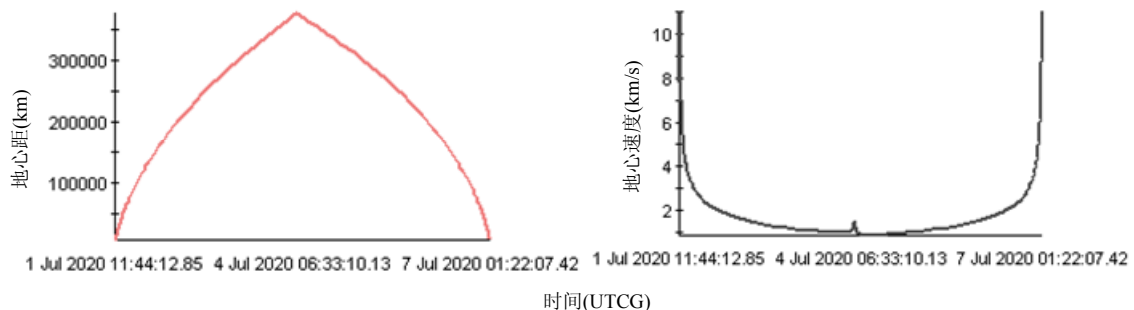


图5.11 自由返回轨道地心参数变化曲线

自由返回轨道标称轨道在月心天球坐标系下的轨道根数变化情况如图5.12所示。由于飞船在整条自由返回轨道上相对于月球的速度均大于其月心抛物线速度，

也就是每一个时刻的月心吻切轨道都是双曲线，故飞行过程不会跨越抛物线速度，所以图5.12中的半长轴变化不再像图5.10中那样剧烈。但由于在从地球出发和返回地球时飞船速度很大，达到11km/s左右，这样的速度对于月球这一小质量天体来说是巨大的双曲线速度，导致偏心率在图形两端变化剧烈。

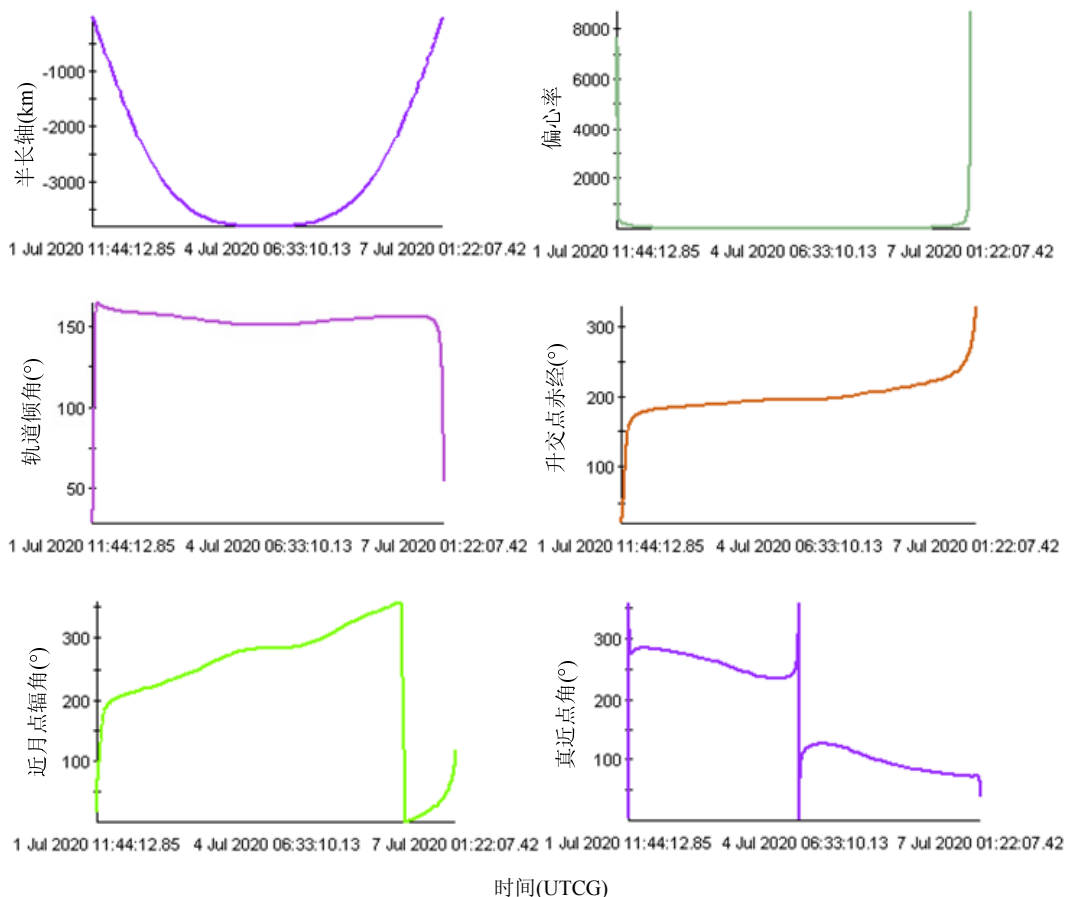


图5.12 月心天球坐标系下的自由返回轨道轨道根数变化曲线

图5.13中是自由返回轨道标称轨道的月心距与月心速度变化曲线。容易理解月心距的变化与图5.11呈现互补特性，而月心速度的变化规律则与图5.11中相似。

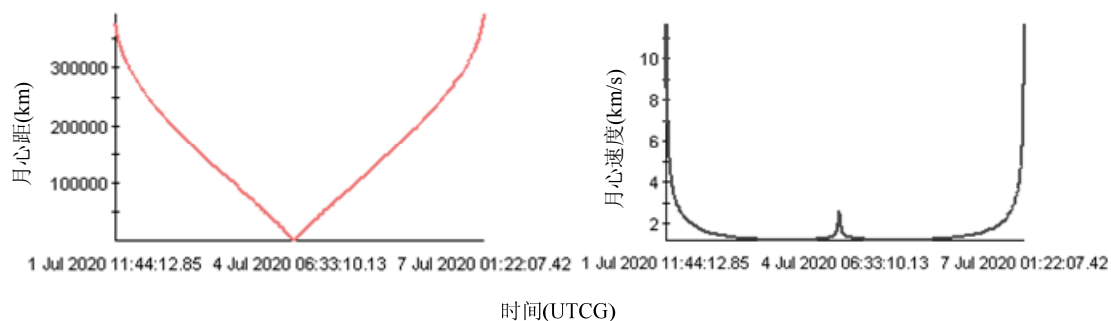


图5.13 自由返回轨道月心参数变化曲线

5.3 Hybrid 轨道设计简介

Hybrid轨道除具有5.1.2节中所述的受约束小、设计灵活的优点外，还可以减小LOI处制动燃料需求，增加有效载荷重量，增加着月前月面上空的盘旋时间等，因此被应用在阿波罗12号、13号与14号中。本节中分析了Hybrid轨道的飞程序，并给出了设计算例。

5.3.1 Hybrid 飞程序

对于Hybrid轨道来说，TLI机动后飞船首先进入的仍是一条自由返回轨道，可以是图5.4中所示的绕月自由返回轨道，也可以是椭圆返回轨道，如图5.14所示。

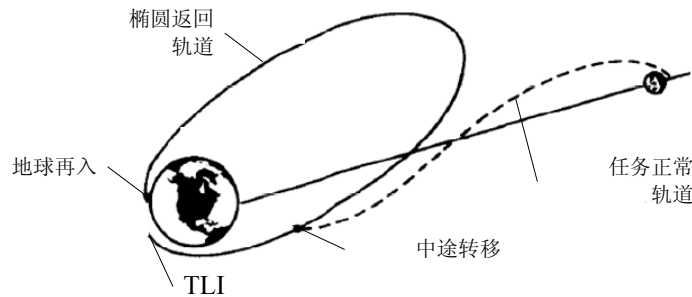


图5.14 椭圆返回轨道与Hybrid轨道

本算例以阿波罗计划中采用的基于绕月自由返回轨道的Hybrid轨道为例进行分析，该轨道的自由返回轨道段仍然可使用5.2中的方法设计。所不同的是，这条自由返回轨道近月点较高，从数百千米直到数千千米均有可能，因此不能直接执行近月点制动进入环月轨道。在阿波罗计划中，在TLI机动约1天后执行中途转移机动，将飞船送入近月点高度约110km的非自由返回转移轨道，到达近月点后可直接制动进入环月轨道，伺机着陆。Hybrid轨道的飞程序如图5.15所示。

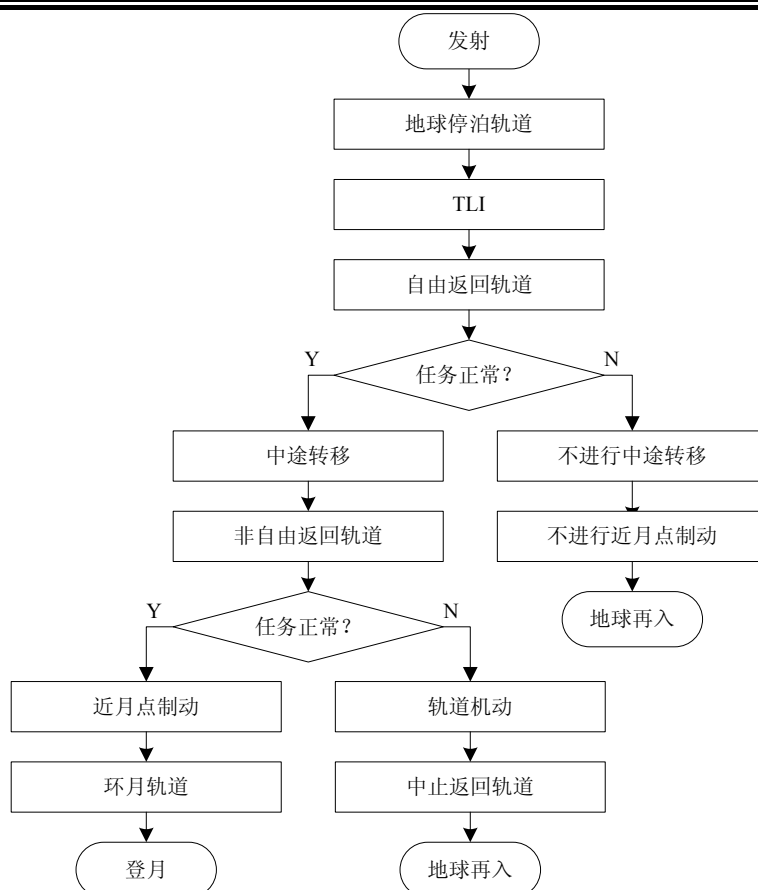


图5.15 Hybrid轨道飞行程序

5.3.2 Hybrid 轨道设计算例

此算例中将5.2.4节中得到的自由返回轨道的近月点抬高，不妨设置高度为1500km，其他参数取值与表5.2、表5.3中相同，可得到Hybrid轨道的自由返回段。因设计与前述相同，此处略去细节，直接给出轨道根数如表5.9所示。

表 5.9 Hybrid 轨道自由返回段轨道根数

历元 (UTCG)	半长轴 (km)	偏心率	倾角 (°)	升交点赤经 (°)	近地点幅角 (°)	真近点角 (°)
1 Jul 2020 12:00:23.00	261695.80	0.97489	28.47	39.07	66.01	0

TLI机动24小时后，施加速度冲量进行中途转移，转移的目标是近月点高度 $h_l=100\text{km}$ ，近月点倾角 $i_l=150^\circ$ 。可调量为表示在飞船当地VNC (Velocity, Normal, Co-normal, X轴为速度方向，Y轴为法向，Z轴构成右手系) 坐标系中的速度冲量，经计算分析，速度冲量在XY平面，即飞船速度与轨道法向确定的平面内时，能量消耗较小。仍采用微分修正法计算，搜索变量为 $\mathbf{V}=(\Delta v_x, \Delta v_y)^T$ ，搜索目标为 $\mathbf{G}=(h_l, i_l)^T$ 。得到的转移机动结果如表5.10所示，Hybrid轨道的特征点时刻如表5.11所示。

表 5.10 Hybrid 轨道中途转移参数搜索结果

Δv_x (m/s)	Δv_y (m/s)	h_L (km)	i_L (°)
-0.01226	-0.00503	100.00	150.00

表 5.11 Hybrid 轨道任务时序

特征点	时刻 (UTC)
停泊轨道初始历元	1 Jul 2020 11:44:12.00
TLI 机动	1 Jul 2020 12:00:23.00
轨道修正	2 Jul 2020 12:00:23.00
地月转移轨道近月点	4 Jul 2020 08:43:14.95

将表5.10、表5.11与表5.6对比可以发现，这条Hybrid轨道比上述算例中自由返回轨道实现了更大的近月倾角与更长的转移时间，也就是提高了轨道设计的灵活性。虽然中途转移消耗了约13m/s的速度冲量，但在TLI机动时比自由返回轨道算例中节省了8m/s，因此整体消耗仅增加5m/s。

图5.16中分别是STK仿真的地心惯性坐标系与月心惯性坐标系下的Hybrid轨道。图中实线为Hybrid轨道，任务正常情况下飞船会沿此轨道飞抵近月点，制动后进入环月轨道；倘若TLI后任务异常无法执行登月，则取消中途转移点处的机动，飞船会沿图中虚线所示轨道自行返回地球附近。从图5.16中也可以看出，Hybrid轨道经月球近旁转向后与自由返回轨道迅速拉开了距离，这意味着如果近月制动无法顺利进行，飞船不能自行返回地球，这也是Hybrid轨道的一个不足之处。

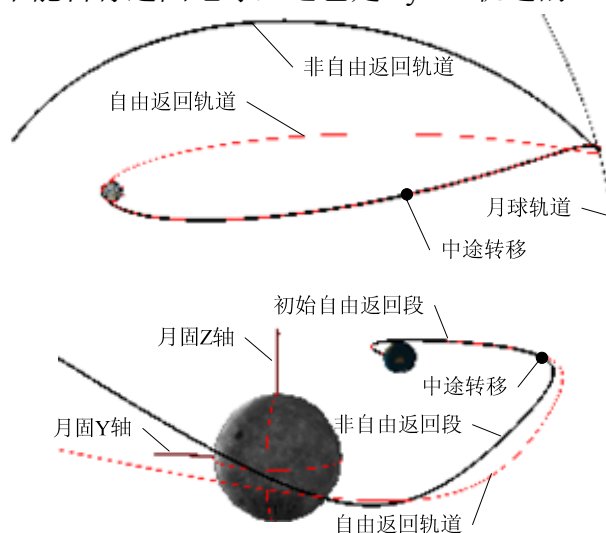


图5.16 Hybrid轨道仿真图形

5.4 本章小结

本章首先对自由返回轨道与Hybrid轨道进行了概述与定性分析，然后给出了自由返回轨道的详细设计方法，最后给出了Hybrid轨道的飞行程序与设计算例，主要

工作与结论如下：

- 1) 对自由返回轨道与Hybrid轨道进行了概述与定性分析。阐述了自由返回轨道的概念、特点与应用领域，按飞行路径不同对自由返回轨道做了分类介绍；针对自由返回轨道的不足引入了Hybrid轨道的概念，分析了其优势。
- 2) 提出了满足一定约束的自由返回轨道详细设计方法。分析了载人登月任务的自由参数与约束条件，引入微分修正算法并给出了自由返回轨道设计流程与初步设计算例。描述了精确设计采用的轨道动力学方程，在此基础上计算了自由返回轨道的精确算例，可作为任务标称轨道，以此为基准，对误差传递与轨道参数变化进行了分析。
- 3) 分析了Hybrid轨道的飞行程序，在上述自由返回轨道标称轨道基础上设计了一个典型的Hybrid轨道飞行算例。计算表明，该Hybrid轨道整体速度消耗增加了5m/s，月心轨道倾角增加了 20° ，即月面探测区域纬度范围增加了 40° 。

第六章 载人登月任务陆基测控站布局方案分析

我国利用国内现有航天测控网采用USB+VLBI联合测控方式,结合远望测量船和租借的国外测控站,成功完成对嫦娥一号卫星的测控任务,对嫦娥二号的测控工作也在顺利进行中。但是,载人登月任务无论从测控精度还是覆盖率上均提出了更高的要求,未来的火星探测等深空探测活动则需要更高增益的深空测控天线,目前我国现有的测控设施难以满足上述要求,因此有必要建设新的深空测控站。

因美国早已在全球范围内建成深空测控网,可以对深空目标实现不间断测控,因此国际上相关领域的研究趋向于使用天基设备通过中继等手段实现对月球南极或背面等地面不可见目标的测控问题,然而这一目标对于深空测控能力刚刚起步的中国来讲稍显遥远。在国内,对于陆基深空站布局方面的研究大都依然遵循美国深空网的布站方式^{[106][107][53]},即在中纬度地区尽可能从经度方向上均匀布设深空站,但并非每一个国家的国情都允许建成全球范围均匀分布的深空测站,因此这种方式应用起来从效果上将会受到影响。在这样一个背景下,本文考虑从技术角度寻求新的陆基深空站布局方案。

本章首先在传统深空站布局方法下,分析了两种布局方案对载人登月任务的测量参数与测控效果,然后通过对深空目标测控几何的深入分析,重点提出了在极区布设深空站的方案并进行了计算分析,最后对几种不同的陆基深空站布局方案进行了综合对比。

6.1 传统位置深空站对登月任务的测控分析

完整的载人登月任务轨道包括运载火箭上升段,地球停泊轨道滑行段,地月转移段,绕月轨道与月面探测段,月地转移段,以及地球再入段。因为运载火箭上升段、地球停泊轨道上的滑行段与地球再入段的测控分析与一般的地球低轨道人造卫星及载人飞船并无本质区别,本章中不再进行分析,如有需要可参考相关文献,如文献^[107]。此外,月地转移轨道段的测控情况与地月转移段非常类似,且文献^[53]中已做了较详尽的分析,本文也不再累述。通常的载人登月绕月轨道会比较靠近月球赤道,而且距月面高度较低,因此飞船会受到月球的较多遮挡以至于难以从地面连续测控,如要彻底解决对月球背面的测控问题,可以采用在地月系L2点布设中继星的方案^{[118]-[119]},本文未对此方案进行研究。

本章分析的主要目的是对比不同测控地面站布局方案对载人登月任务测控效果的优劣,因此忽略了月球本身对飞船的遮挡问题,将绕月轨道与月面探测段的测控问题一并简化为对月球质心的测控分析。经计算,无论是位于100km高环月轨

道上的飞船还是位于月面的月球车，将对其的测控近似为对月心的测控，带来的相对地面测站的仰角误差均小于 0.3° ，在分析中是可以接受的。

深空站的布设除需要考虑对月球任务的测控外，还应考虑在今后的行星探测任务中继续发挥作用。文献[106]、[107]、[53]等中的分析和结论代表了深空站的传统布局方法，下面概述这一方法的基本准则。

不管是对月球任务还是行星任务，深空站在纬度方向的布局要与飞船或探测器同被探测天体相遇过程和被探测天体在运动中的地心纬度范围相适应。由于月球和行星在运动中相对分布于地球赤道面南、北 32.2° 范围内，所以飞船或探测器大部分时间的地心纬度也是在地球赤道以南或以北 32.2° 范围内^{[106][107][53]}。在飞船或探测器转移轨道确定的条件下，深空站跟踪区间长度只与航路捷径有关。为了获取较长的跟踪区间，希望深空站相对目标的航路捷径尽可能短，深空站的地心纬度理论下限应满足 $\varphi > 32.2^\circ$ 或 $\varphi < -32.2^\circ$ 。但深空站的上限也受限制，如果深空站地心纬度高于 $(90^\circ - 32.2^\circ)$ ，由于测量地平的限制，当月球在地球赤道以北或以南 32.2° 时飞船或探测器加速返回地球，飞船或探测器和月球处于深空站地平以下，深空站将无法测控飞船或探测器。所以深空站的地心纬度理论范围应满足 $-(90^\circ - 32.2^\circ) \leq \varphi \leq (90^\circ - 32.2^\circ)$ 。根据中国的陆基疆域条件和可能的国际合作条件，为获取较长的跟踪区间，深空站的纬度定在 $\varphi \approx \pm 35^\circ$ 为宜^{[106][107][53]}。

需加以说明的是，上述布局准则虽然有一定合理性，但其部分表述与结论存在一定问题，本文与之观点并不完全相同。为行文的流畅，本文分析所用的几何模型以及与上述布局准则的不同结论将在6.2节中给出。本节主要分析两种深空站布局方式下的载人登月地月转移轨道以及月球的测控情况，分别是我国大陆境内东部与西部的双深空站方案，以及依据上述传统布站准则下我国大陆境内的单深空站与南美洲智利境内的单深空站组网的方案。

6.1.1 境内双站测控情况分析仿真

在这一小节里，我们选择曾在第三章中采用的两个地面深空站为例进行分析，分别是位于我国大陆西部的KS站与东部的QD站，其大地坐标分别为 $(39.5^\circ \text{ N}, 81.0^\circ \text{ E})$ 与 $(36.1^\circ \text{ N}, 120.4^\circ \text{ E})$ 。在本章的计算和分析中，认为地面站跟踪飞船的遥测与遥控最小仰角相同，取为 5° 。

6.1.1.1 地月转移轨道测控分析

在下面的分析中，选择了论文第三章3.3.2.3节中设计的载人飞船精确轨道为例，分析了KS站与QD站对该轨道地月转移轨道段的测控情况。图6.1给出了KS站与QD站测量地月转移轨道的方位角、仰角与距离等参数的变化情况。

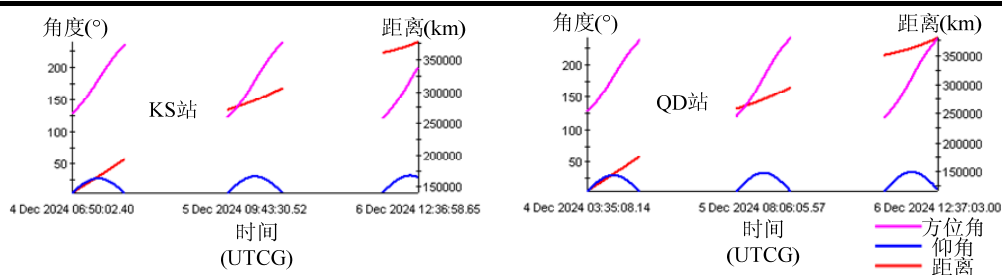


图6.1 KS站与QD站对地月转移轨道测量参数变化

从图6.1中可知，KS站和QD站对地月转移轨道的测控情况比较接近。飞船相对深空站的距离逐渐增加，而地球自转造成了飞船方位角与仰角呈现近似周期性变化，在每一个周期内，方位角单调递增而仰角先增加后减小。另外从两幅图中可以看出最后一个周期并未完成（图6.1中尤为明显），这说明对轨道可测区间的末端并不是地月转移轨道的近月点时刻，原因是飞船接近近月点时已被月球遮挡造成无法为地面站测控，空间关系如图6.2所示。

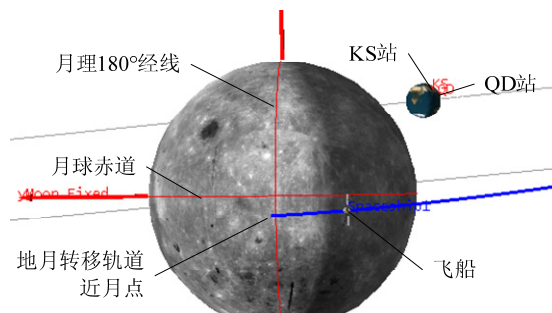


图6.2 近月点附近空间关系

根据地月转移轨道参数，计算得到两个测站对飞船的测量参数，如表6.1与表6.2所示，表中每个跟踪区间只取3组数据，分别是跟踪区间起始仰角、仰角最大值和区间终止仰角对应的数据。表中 A 为该时刻测量方位角， E 为该时刻测量仰角， ρ 为该时刻测控站至飞船的距离。

表 6.1 KS 站对地月转移轨道测量参数

跟踪区间 序数	时刻	测量参数		
		$A / (^{\circ})$	$E / (^{\circ})$	$\rho / (\text{km})$
1	4 Dec 2024 06:50:02.73	128.024	5.000	140347.198
	4 Dec 2024 10:56:02.00	181.229	26.565	165625.261
	4 Dec 2024 15:00:55.30	234.844	5.000	192492.164
2	5 Dec 2024 07:00:18.33	122.366	5.000	271418.089
	5 Dec 2024 11:16:59.58	180.380	29.797	286639.169
	5 Dec 2024 15:33:44.46	238.548	5.000	306036.666
3	6 Dec 2024 07:01:57.12	120.343	5.000	360412.759
	6 Dec 2024 11:21:24.50	179.927	30.994	372443.007
	6 Dec 2024 12:36:58.65	200.832	28.187	377395.168

表 6.2 QD 站对地月转移轨道测量参数

跟踪区间 序数	时刻	测量参数		
		$A / (^{\circ})$	$E / (^{\circ})$	$\rho / (\text{km})$
1	4 Dec 2024 03:35:08.76	127.303	5.000	115719.306
	4 Dec 2024 07:52:19.23	181.515	29.113	145128.173
	4 Dec 2024 12:07:10.63	236.333	5.000	175302.197
2	5 Dec 2024 03:51:31.46	120.734	5.000	257565.788
	5 Dec 2024 08:17:39.34	180.398	32.927	274012.862
	5 Dec 2024 12:43:47.14	240.235	5.000	295026.499
3	6 Dec 2024 03:54:45.10	118.636	5.000	350004.934
	6 Dec 2024 08:24:44.76	180.127	34.320	361986.784
	6 Dec 2024 12:36:58.65	239.072	7.647	379555.221

由表 6.1 与表 6.2 结合图 6.1 可知测量参数具有以下规律：

- 1) 每个测站每天可跟踪探测器的次数为一次，每个测站的跟踪区间数为 3
- 2) 在每个跟踪区间，测量参数的特点为：距离 ρ 单调递增，方位角单调递增，仰角先增后减，在跟踪区间中某一时刻达到最大值；
- 3) 每个测站的测控仰角均比较小，主要原因是测站位于北半球，而该地月转移轨道的大部分位于南半球，参考图 6.8；
- 4) QD 站的最大仰角大于 KS 站，主要原因是 QD 站纬度相对较低。

图 6.3 中给出了时间轴上表示的境内双站单独以及组网后对地月转移轨道的可测时段，其中 Spaceship 项表示两站对地月转移轨道的联合测控时段，也就是 QD 站与 KS 站单独测控时段的并集。

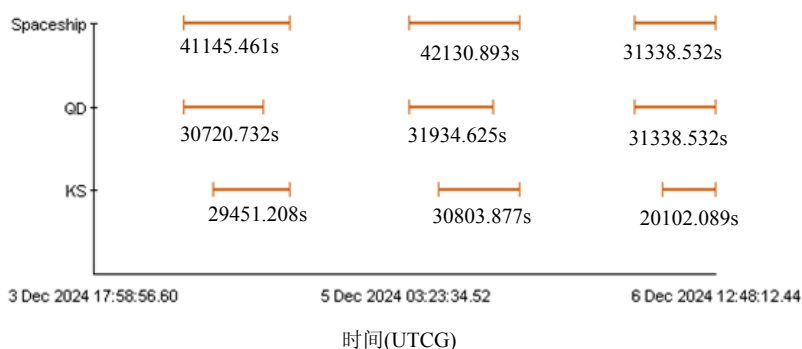


图 6.3 境内双站对地月转移轨道的可测时段

从图 6.3 中可以得到如下结论：

- 1) QD 站每次测控时段长度大于 KS 站，主要原因在于地月转移轨道大部分位于地球赤道以南，而 QD 站和 KS 站位于北半球，而且 QD 站纬度小于 KS 站。
- 2) QD 站与 KS 站的单独测控时段间重叠区域较多，导致双站联合测控时段相比单站的优势并不明显，原因很明显，两个深空站均在我国境内，经度和

纬度均未拉开距离。

- 3) 从 3.3.2.3 节中可知地月转移轨道飞行时间为 240555.84s。KS 站对地月转移轨道的测控总时长为 80357.174s，占飞行时间的 33.40%；QD 站测控总时长为 93993.888s，占飞行时间的 39.07%；双站联合测控总时长为 114614.885s，占飞行时间的 47.65%；两站测控的重叠时长为 59736.177s，占飞行时间的 24.83%。

地月转移轨道在境内双站联合测控下的测控盲区时段与时间跨度如表 6.3 所示，表中第四个盲区是近月点附近的月球遮挡造成的，因此时间跨度很短。另外从表中可计算得出总盲区时长为 125940s，占转移轨道时间的 52.35%。

表 6.3 境内双站对地月转移轨道的测控盲区

盲区序数	开始时刻	终止时刻	时间跨度/(h:m:s)
1	3 Dec 2024 17:58:56.60	4 Dec 2024 03:35:08.14	9:36:12
2	4 Dec 2024 15:00:53.60	5 Dec 2024 03:51:31.62	12:50:38
3	5 Dec 2024 15:33:42.52	6 Dec 2024 03:54:44.46	12:21:02
4	6 Dec 2024 12:37:03.00	6 Dec 2024 12:48:12.44	0:11:09

在地月转移轨道星下点轨迹的二维图上表示的境内双站的跟踪区间如图 6.4 所示。图中蓝色曲线为不能被测控的地月转移轨道星下点轨迹，红色加粗曲线为该地月转移轨道可测弧段的星下点轨迹。从图 6.4 中可以发现该转移轨道绝大部分的弧段位于地理南纬范围内，另外可测弧段集中在地理经度的东经范围内，因此容易想到将一个境内的深空站移至西半球和南半球，也就是在南美地区建立一个深空站，可能会改善对该地月转移轨道的测控情况，这一布站与组网方案将在 6.1.2 节中分析。

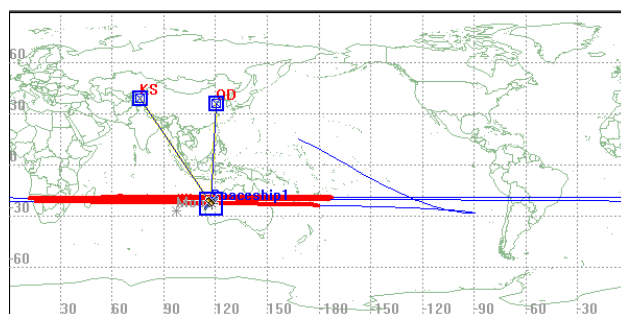


图 6.4 境内双站对地月转移轨道的可测弧段星下点轨迹

6.1.1.2 月球测控分析

前面已经提及，对位于绕月轨道段和月面探测段的飞船的测控，可以用对月球质心的测控来代替。下面分析 QD 站与 KS 站对月球的测控情况，分析的开始时间为第三章 3.3.2.3 节中设计的载人飞船精确轨道中地月转移轨道的近地点时刻，假设任务月面探测时间为 24 小时，加上着月前的绕月轨道时间以及从月面起飞后到进

入月地转移轨道之前的时间，这里共取分析时间长度为48小时，即对6 Dec 2024 12:48:12.44~8 Dec 2024 12:48:12.44间的月球的测控情况进行分析。图6.5给出了KS站与QD站测量月球的方位角、仰角与距离等参数的变化情况。

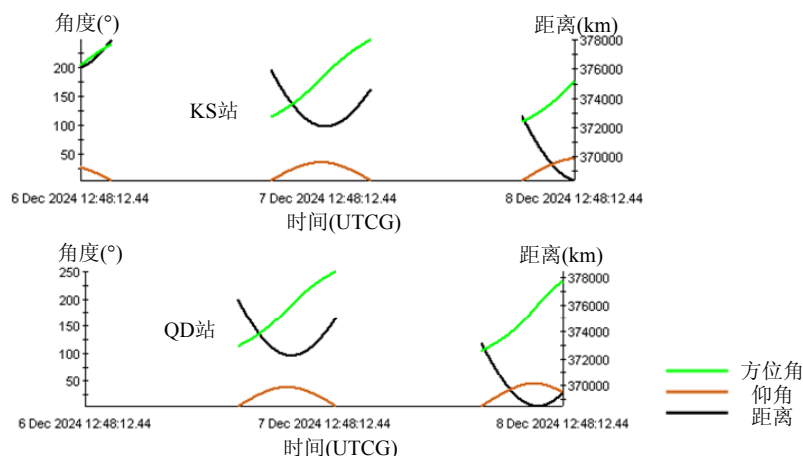


图6.5 KS站与QD站对月球测量参数变化

从图6.5中可知，KS站和QD站对月球的测量参数差别不大。两站对月球的跟踪区间均为3次，但由于QD站的第一个跟踪区间持续时间很短（3分16秒），因此在图6.5中难以表示出。由于地球的自转效应，在每个跟踪区间内，月球相对两个测站的距离均先减小后增大；而月球公转轨道的偏心率造成了跟踪区间之间月球的距离在减小。此外，地球自转造成了飞船方位角与仰角呈现近似周期性变化，在每一个周期内，方位角单调递增而仰角先增加后减小。

图6.3中给出了时间轴上表示的境内双站单独以及组网后对月球的可测时段，其中Moon项表示两站对月球的联合测控时段，也就是QD站与KS站单独测控时段的并集。

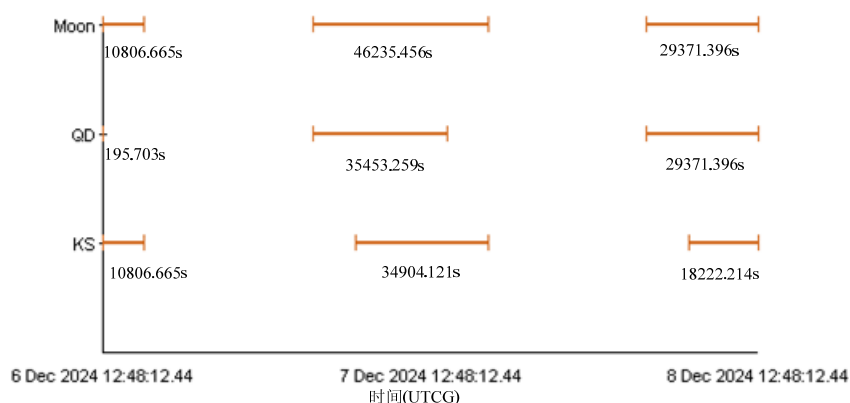


图6.6 境内双站对月球的可测时段

从图6.6中可知，在分析的48小时时段内，KS站对月球的测控总时长为63932.999s，占飞行时间的37.00%；QD站测控总时长为65020.358s，占飞行时间的37.63%；双站联合测控总时长为86413.517s，占飞行时间的50.01%；两站测控的重

叠时长为42539.84s，占飞行时间的24.62%。可测弧段占总时间的比例与地月转移轨道的可测弧段比例差别不是很大。

境内双站联合测控下对月球的各跟踪区间与测控盲区时长比例如图6.7所示。总盲区时长为86386.48s，占分析时段总长的49.99%，长度与可测区间总长相当。

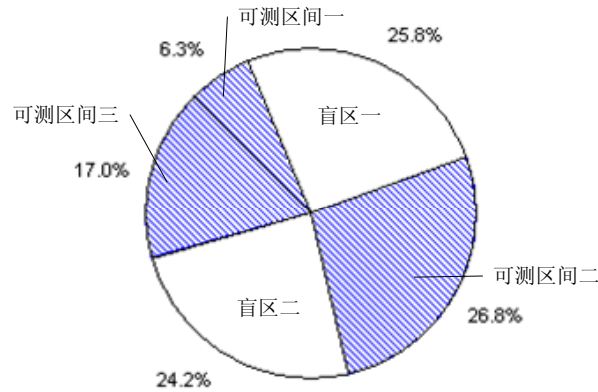


图6.7 境内双站对月球的各跟踪区间与测控盲区比例

KS站与QD站在地月平均距离384400km距离上的测控覆盖范围在地表的投影以及月球在分析时段内的地面星下点轨迹如图6.8所示。图中蓝色区域为QD站的测控范围，红色区域（红线以上，包括与蓝色区域重叠部分）为KS站的测控范围。从图中可见在分析的48小时范围内，月球的赤纬为负值，并且其可测弧段基本位于地球东半球。可以看出如果在南美洲西岸附近布置一个深空站，将很好的覆盖此布局下的测控盲区。

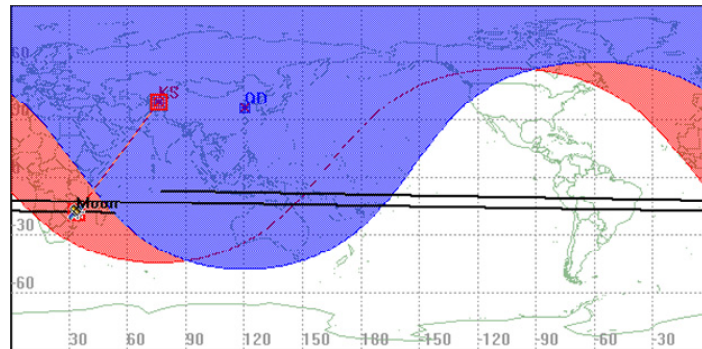


图6.8 境内双站对月球测控情况二维图

从本小节的分析中可以得知，无论是对地月转移轨道的测控，还是对绕月轨道和月面探测段的测控，国内布设的两个测站尽管已尽可能在经度方向上拉开距离，但两站的跟踪区间还是有很大的重叠，这不但是资源上的浪费，而且造成了对地月转移轨道与月球高达约50%的测控盲区，对于载人登月工程来说这种测控效果并不理想。针对这一情况，6.1.2节中将分析另外一种双深空站的测控布局方案。而如果有条件在国内建设两座深空站，可以将其中一个作为备份，或者两站实施VLBI甚长基线干涉测量以提高测控精度。

6.1.2 境内单站南美单站测控情况分析仿真

前一小节的分析已经指出单纯国内双站的方案难以胜任载人登月的测控任务，也已指出如果在南美洲西海岸建设一座深空站与国内的一个深空站组网，可能会大大增强任务的测控效果。这与文献[106]中的结论不谋而合，该文献中认为，对于月球探测与行星探测任务来说，布设相对地心对称的两座陆基深空站是双站限制下的最优方案。文献[106]提出将我国陕西境内（ 108°E ， 35°N ）处与南美洲智利境内（ 72°W ， 35°S ）处作为两个深空站的站址。

本小节采纳了上述方案，选择位于我国境内的SX站（ 108°E ， 35°N ）与位于南美洲的CL站（ 72°W ， 35°S ）组成载人登月任务测控网。下面对这一布站组网方案的测控情况进行分析，并与6.1.1节中的方案进行对比。

6.1.2.1 地月转移轨道测控分析

在下面的分析中，仍然以3.3.2.3节中设计的载人飞船精确轨道为例，分析SX站与CL站对该地月转移轨道的测控情况。图6.9给出了SX站与CL站测量地月转移轨道的方位角、仰角与距离等参数的变化情况。

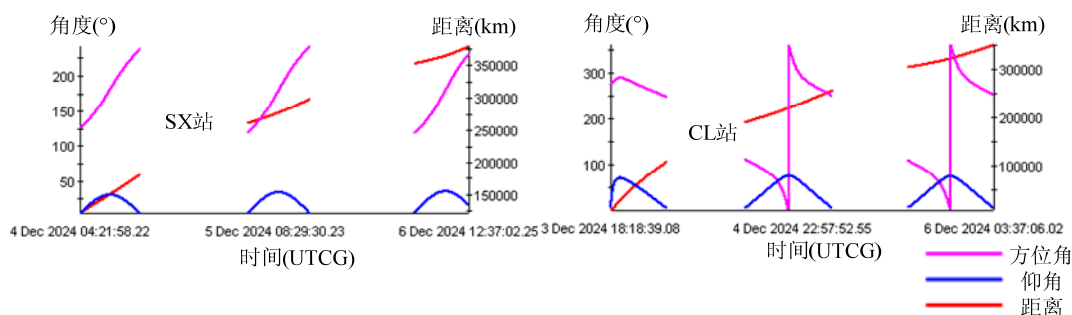


图6.9 SX站与CL站对地月转移轨道测量参数变化

将图6.9与图6.1对比可得如下结论：

- 1) SX站与前面分析的KS、QD站的测量参数变化规律非常相似，而CL站则有很大区别。
- 2) 在每个跟踪区间内，CL站对地月转移轨道的测量方位角单调递减至 0° （ 360° ）后继续减小；仰角虽然仍是先增加后减小，但变化曲线更加陡峭，而且仰角变化幅度比国内深空站的更大。

SX站与CL站对飞船的测量参数如表6.4与表6.5所示。从表中可知CL站对地月转移轨道测控的开始时刻和结束时刻均比国内深空站提前；CL站测控仰角最大达到了 75° ，远远超过了国内深空站。

表 6.4 SX 站对地月转移轨道测量参数

跟踪区间 序数	时刻	测量参数		
		$A / (^{\circ})$	$E / (^{\circ})$	$\rho / (\text{km})$
1	4 Dec 2024 04:21:58.22	126.009	5.000	121906.916
	4 Dec 2024 08:43:33.81	181.371	30.542	150810.935
	4 Dec 2024 13:03:07.25	237.288	5.000	180952.328
2	5 Dec 2024 04:38:09.76	120.010	5.000	261029.099
	5 Dec 2024 09:07:46.72	180.381	34.157	277376.248
	5 Dec 2024 13:37:23.07	240.920	5.000	298516.986
3	6 Dec 2024 04:41:26.45	118.018	5.000	352581.143
	6 Dec 2024 09:14:21.72	180.098	35.498	364626.912
	6 Dec 2024 12:37:02.25	230.681	16.611	378582.766

表 6.5 CL 站对地月转移轨道测量参数

跟踪区间 序数	时刻	测量参数		
		$A / (^{\circ})$	$E / (^{\circ})$	$\rho / (\text{km})$
1	3 Dec 2024 18:18:39.08	273.241	5.000	8199.358
	3 Dec 2024 19:43:03.83	289.218	69.942	29067.534
	3 Dec 2024 18:18:39.08	273.241	5.000	8199.358
2	4 Dec 2024 14:22:13.23	111.459	5.000	188766.886
	4 Dec 2024 20:56:53.37	0.426	75.337	218961.889
	5 Dec 2024 03:28:33.61	249.824	5.000	255828.104
3	5 Dec 2024 14:44:36.28	109.424	5.000	302885.817
	5 Dec 2024 21:11:26.94	0.198	73.800	321262.944
	6 Dec 2024 03:37:06.02	251.184	5.000	349000.675

图6.10中给出了时间轴上表示的境内单站与南美单站单独以及组网后对地月转移轨道的可测时段，其中Spaceship项表示两站对地月转移轨道的联合测控时段，也就是SX站与CL站单独测控时段的并集。

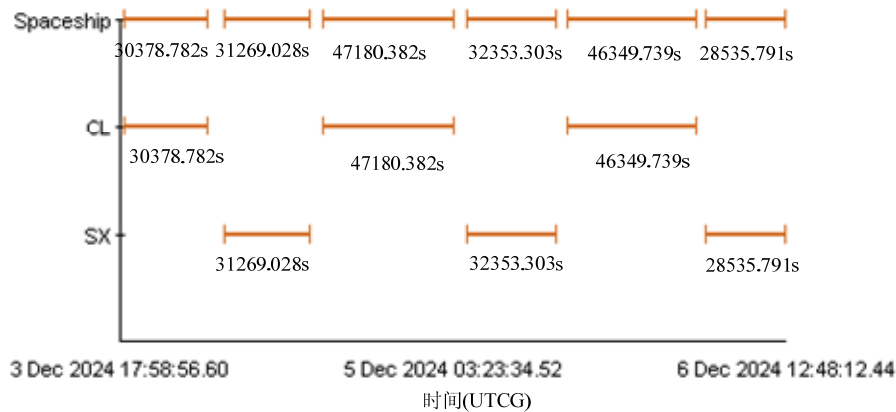


图6.10 境内单站南美单站对地月转移轨道的可测时段

对比图6.10与图6.3可以得到如下结论：

- 1) CL 站的一个完整测控时段要长于 SX 站以及国内其他测站，主要原因在于地月转移轨道大部分位于地球赤道以南，而 CL 站也在地球南半球。
- 2) CL 站与 SX 站的测控时段没有任何重叠区域，因此该两站联合测控时段要远远大于国内双站的联合测控时段，从一定程度上验证了文献[106]中这一布站方案的合理性。
- 3) SX 站对地月转移轨道的测控总时长为 92158.121s，占飞行时间的 38.31%；CL 站测控总时长为 123908.903s，占飞行时间的 51.51%；双站联合测控总时长为 216067.025s，占飞行时间的 89.82%；两站测控的重叠时长为 0s。

地月转移轨道在SX站与CL站联合测控下的测控盲区时段与时间跨度如表6.6所示，从表中可计算得出总盲区时长为24488.8s，占转移轨道时间10.18%。对比表6.6与表6.3可知，国内单站南美单站的布局方案虽然测控盲区数较多（比境内双站方案多了3个），但每个盲区的时间跨度却要远远小于境内双站的方案。

表 6.6 境内单站南美单站对地月转移轨道的测控盲区

盲区序数	开始时刻	终止时刻	时间跨度/(h:m:s)
1	3 Dec 2024 17:58:56.60	3 Dec 2024 18:18:39.08	00:19:42.5
2	4 Dec 2024 02:44:57.86	4 Dec 2024 04:21:58.22	00:37:00.4
3	4 Dec 2024 13:03:07.25	4 Dec 2024 14:22:13.23	00:19:06.0
4	5 Dec 2024 03:28:33.61	5 Dec 2024 04:38:09.76	00:09:36.2
5	5 Dec 2024 13:37:23.07	5 Dec 2024 14:44:36.28	00:07:13.2
6	6 Dec 2024 03:37:06.02	6 Dec 2024 04:41:26.45	00:04:20.4
7	6 Dec 2024 12:37:02.25	6 Dec 2024 12:48:12.44	00:11:10.2

在地月转移轨道星下点轨迹的二维图上表示的境内单站南美单站的联合跟踪区间如图6.11所示。可以看出CL站的加入覆盖了图6.4中的大部分测控盲区，只有在东经30°和180°附近的小部分轨道未能被测控覆盖。

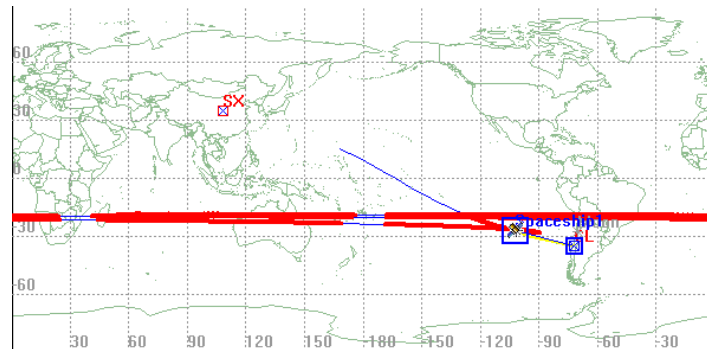


图6.11 境内单站南美单站对地月转移轨道的可测弧段星下点轨迹

6.1.2.2 月球测控分析

下面分析SX站与CL站对月球的测控情况，为了与6.1.1.2节中境内双站的测控情况作比较，这里分析的时段仍然为6 Dec 2024 12:48:12.44~8 Dec 2024 12:48:12.44

的48小时。图6.12给出了SX站与CL站测量月球的方位角、仰角与距离等参数的变化情况。

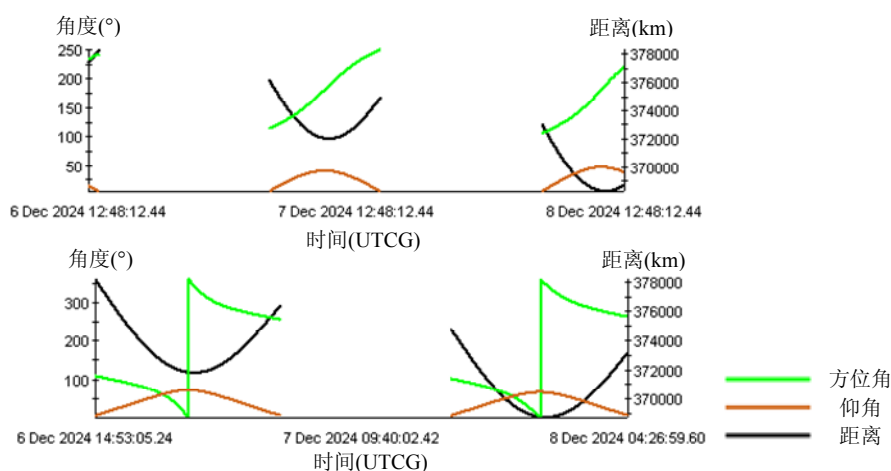


图6.12 SX站与CL站对月球测量参数变化

观察图6.12并与图6.5对比可知，SX站对月球的跟踪区间数为3个，而CL站为2个，CL站的每个跟踪区间跨度更大。在每个跟踪区间内，CL站对月球的测量方位角单调递减；仰角仍是先增加后减小，但变化幅度比国内深空站更大，最大仰角达到约 72° ，而国内的SX站最大仰角只有不到 47° 。

图6.13中给出了时间轴上表示的SX站与CL站单独以及组网后对月球的可测时段，其中Moon项表示两站对月球的联合测控时段，也就是SX站与CL站单独测控时段的并集。

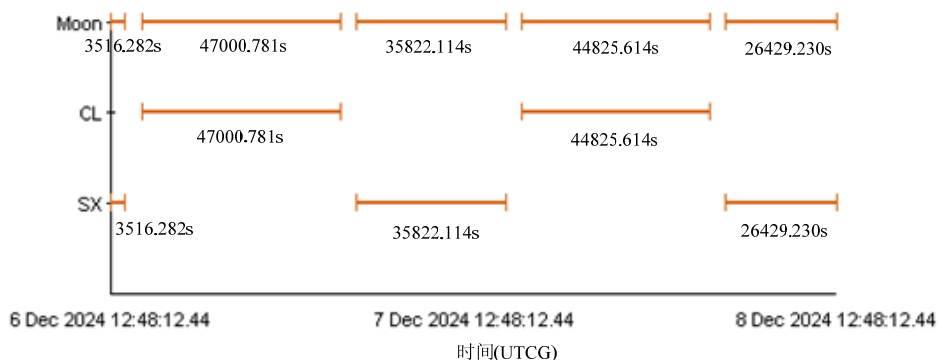


图6.13 境内单站南美单站对月球的可测时段

对比图6.13与图6.6可以得到如下结论：

- 1) 分析的两天内 CL 站跟踪区间比 SX 站少了一个，但 CL 站的一个完整测控时段要长于 SX 站以及国内其他测站，主要原因在于分析时段内月球位于地球赤道以南，而 CL 站也在地球南半球。
- 2) CL 站与 SX 站对月球的测控时段没有任何重叠区域，总的跟踪区间数有 5 个，该两站联合测控时段长度要远远大于国内双站同时段内对月球的联合

测控时段长度。

在分析的48小时时段内，SX站对月球的测控总时长为65767.626s，占飞行时间的38.06%；CL站测控总时长为91826.395s，占飞行时间的53.14%；双站联合测控总时长为157594.021s，占飞行时间的91.20%；两站测控的重叠时长为0。

SX站与CL站联合测控下对月球的各跟踪区间与测控盲区时长比例如图6.14所示。总盲区时长为15209.98s，占分析时段总长的8.80%。与对地月转移轨道的情况类似，国内单站南美单站的布局方案测控盲区数较多，比境内双站方案多了2个，但每个盲区的时间跨度远远小于境内双站的方案。

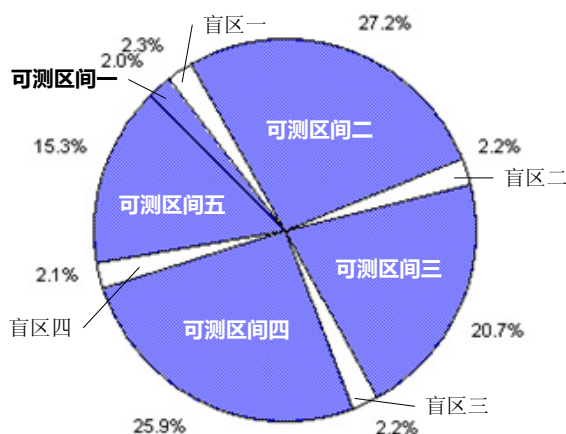


图6.14 境内单站南美单站对月球的测控盲区比例

SX站与CL站在地月平均距离384400km距离上的测控覆盖范围在地表的投影以及月球在分析时段内的地面星下点轨迹如图6.15所示。图中蓝色区域为CL站的测控范围，红色区域为SX站的测控范围。从图中可见在分析的48小时范围内，月球绝大多数时间位于两站的测控覆盖范围之内；测控盲区的二维投影呈“~”形，分析的48小时内月球经过盲区4次，形成了图6.14中的4个盲区。

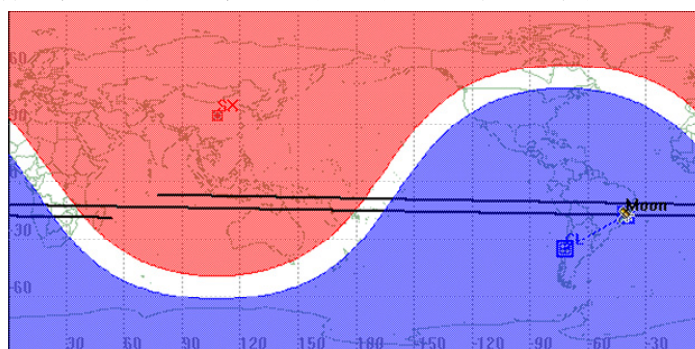


图6.15 境内单站南美单站对月球测控情况二维图

从本小节分析中可知，境内测站与南美测站的测控范围没有重叠，形成互补之势，无论是对地月转移轨道的测控，还是对绕月轨道和月面探测段的测控，都有着良好的覆盖效果。在分析的算例中，该布站方案对地月转移轨道段的测控

覆盖率达到89.82%，对绕月轨道和月面探测段的覆盖率达到91.20%，如结合测量船的辅助，测控覆盖率可以进一步提高。

因此如果不考虑政治、经济、工程等因素，单纯从测控效果上讲，国内单站南美单站方案优于国内双站方案。在下一节中，我们将分析一种新的深空站布局方案并与本节中的方案进行对比，这是本章研究的重点内容。

6.2 极区深空站对登月任务的测控分析

6.2.1 深空目标测控几何分析

文献^{[106][107][53]}均认为在深空站最小仰角确定的情况下，深空站与被测目标星下点轨迹间的垂直距离，即所谓的航路捷径越小，对应的跟踪区间越大。本小节通过几何分析与仿真，得到的结论是深空站的跟踪区间与航路捷径没有必然联系，而是测站纬度、目标赤纬与目标距离的多元函数；对于月球或行星等深空目标，在测站与目标位于赤道同侧时，大多数情况下测站纬度越高，单站连续跟踪区间越长；因此，在地球两极布设深空测站可实现通常位置的测站无法达到的效果。

6.2.1.1 单站测控几何

简单的分析单个测站对深空目标的测控几何如图6.16所示。图中S为一北半球测站，圆S为其在目标距离上的测控范围的地面投影，P表示地球北极，W和E分别为被测目标星下点轨迹与测控范围相交的西点和东点，SM为对应的航路捷径，球面角WPE为可测弧段所跨经度，用来表示跟踪区间的长短。同理，SM'为另一目标对应的航路捷径，为对应的跟踪区间。直观的看，有 $SM' < SM$ ， $W'PE' > WPE$ ，也就是航路捷径越短，跟踪区间越长。

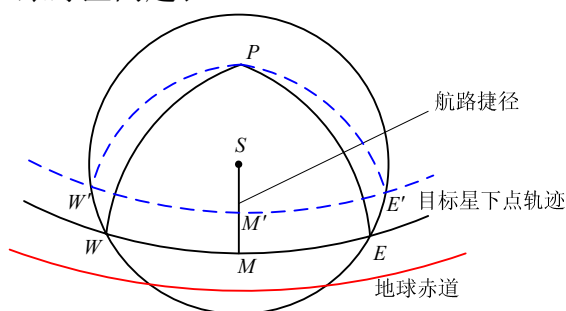


图6.16 跟踪区间与航路捷径

然而真实情况并非如此简单。在图6.17中，球O为地球，P为北极，S为北半球一个测站，小圆S为测站在目标距离上的测控范围的地面投影，PW、PE、PS与SW均为大圆弧，WE表示目标的可视弧段，为小圆弧。用 $WPE=2\lambda$ 表示目标的跟踪区间长度， $WS=\theta$ 为小圆S的地心张角， ϕ_w 、 ϕ_s 分别为目标与测站的地心纬度。

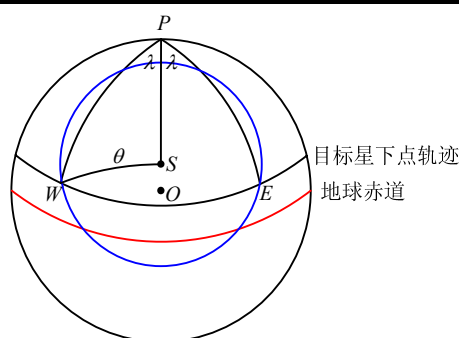


图6.17 单深空站测量几何

在球面三角形WPS中，由余弦定理有

$$\cos \theta = \sin \phi_W \sin \phi_S + \cos \phi_W \cos \phi_S \cos \lambda \quad (6.1)$$

即

$$\lambda = \arccos \left(\frac{\cos \theta - \sin \phi_W \sin \phi_S}{\cos \phi_W \cos \phi_S} \right) \quad (6.2)$$

从式(6.2)中可以得知，跟踪区间长度 2λ 与测控范围 θ 、目标纬度 ϕ_W 、测站纬度 ϕ_S 均有关。因为我们关心的是测站选址问题，故此处固定 θ 、 ϕ_W ，分析 λ 关于 ϕ_S 的变化。

设

$$y = \frac{\cos \theta - \sin \phi_W \sin \phi_S}{\cos \phi_S} \quad (6.3)$$

对式(6.3)求导，可得

$$\frac{dy}{d\phi_S} = \frac{\cos \theta \sin \phi_S - \sin \phi_W}{\cos^2 \phi_S} \quad (6.4)$$

根据物理定义可知， $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ， $0^\circ \leq \phi_S \leq 90^\circ$ ， $-90^\circ \leq \phi_W \leq 90^\circ$

分析式(6.4)可得如下性质：

(1) 当 $-90^\circ \leq \phi_W \leq 0^\circ$ 时， $\cos \theta \sin \phi_S \geq \sin \phi_W$ ，对应 y 随 ϕ_S 单调递增，即 λ 随 ϕ_S 单调递减。

(2) 当 $0^\circ < \phi_W < 90^\circ - \theta$ 时，又可分为三种情况：

- 1) $\sin \phi_S < \frac{\sin \phi_W}{\cos \theta}$ 时，对应 y 随 ϕ_S 单调递减，即 λ 随 ϕ_S 单调递增；
- 2) $\sin \phi_S > \frac{\sin \phi_W}{\cos \theta}$ 时，对应 y 随 ϕ_S 单调递增，即 λ 随 ϕ_S 单调递减；
- 3) $\sin \phi_S = \frac{\sin \phi_W}{\cos \theta}$ 时，对应 y 的极小值，即 λ 的极大值。

(3) 当 $90^\circ - \theta \leq \phi_W \leq 90^\circ$ 时， $\cos \theta \sin \phi_S \leq \sin \phi_W$ ，对应 y 随 ϕ_S 单调递减，即 λ 随 ϕ_S 单调递增。

θ 表示的是所谓在目标距离上的测控范围的地面投影的大小，参见图6.18。图6.18中，O为地心，M为被测目标，S为地面测站， R_E 为地球半径， α 为测站最小

仰角。

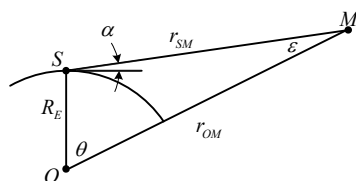


图6.18 测控范围的地面投影

在平面三角形OSM中，有

$$\theta = 90^\circ - \alpha - \varepsilon = 90^\circ - \alpha - \arcsin\left(\frac{R_E \sin(\alpha + 90^\circ)}{r_{OM}}\right) \quad (6.5)$$

当取最小仰角 $\alpha = 5^\circ$ ，地月平均距离 $r_{OM} = 384400\text{km}$ 时， $\theta = 84.05^\circ$ 。对于距离地球更加遥远的行星目标， θ 将更加接近 $90^\circ - \alpha$ 。

对 θ 大小有了认识后，再来回顾前面分析式(6.4)得到的三点性质，可以得到一些有用的结论。

(1) 测站与目标在赤道两侧时，测站纬度越低，跟踪区间越长，如图6.19(a)所示；

(2) 测站与目标在赤道同侧，但目标纬度低于 $90^\circ - \theta$ 时，测站纬度取 $\phi_S = \arcsin(\sin \phi_M / \cos \theta)$ ，对应跟踪区间的最大值，如图6.19(b)所示。对深空测控来说， $90^\circ - \theta$ 是一个很小的值，因此下一个结论的适用情况更广。

(3) 测站与目标在赤道同侧，但目标纬度高于 $90^\circ - \theta$ 时，测站纬度越高，跟踪区间越长；在图6.19(c)中，明显 S_2 站航路捷径小于 S_3 站，但 S_3 站跟踪区间更长。当测站纬度达到 ϕ_{ST} 时，可实现单站24小时连续测控。下面将给出 ϕ_{ST} 的计算方法。

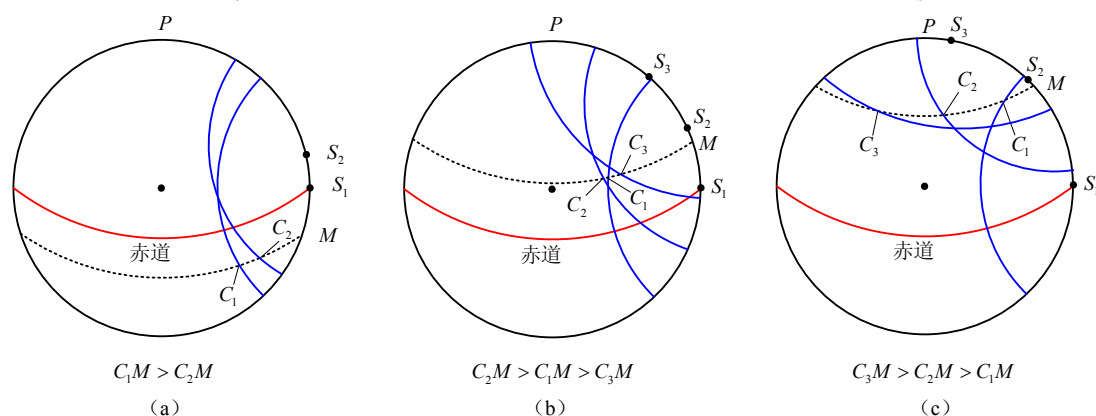


图6.19 深空站纬度变化时对不同纬度目标的跟踪区间

6.2.1.2 极地测站测控几何

图6.20中，S为测站， $N'S'$ 为其在目标距离上的测控范围在地面的投影， $N'M$ 为目标星下点的周日平行圈。图中描述的是测站S刚好可以对目标M实现24小时连续测控的情形，定义此时S的纬度为 ϕ_{ST} ，另外令 N' 纬度为 $\phi_{N'}$ ， M 纬度为 ϕ_M 。易知

$$\phi_{ST} = 180^\circ - \angle SN' - \phi_{N'} = 180^\circ - \theta - \phi_M \quad (6.6)$$

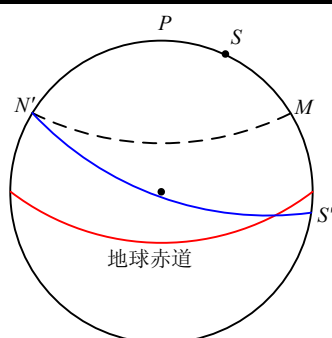


图6.20 连续测控几何

也就是说,当测站纬度高于 $180^\circ - \theta - \phi_M$ 时,可实现单站24小时连续测控。若将测站固定,意味着当目标纬度 ϕ_M 高于临界值 $\phi_{MT} = 180^\circ - \theta - \phi_S$ 时,可被连续测控。明显,当 $\phi_S = 90^\circ$ 时, ϕ_{MT} 取到最小值

$$\phi_{MT \min} = 90^\circ - \theta \quad (6.7)$$

设深空站布设于地球北极,目标在相对于地球的圆轨道上匀速运行,相对赤道的倾角为 i_M , δ 为其位于北纬且不可测控的两段轨道之一的弧长,对应的天球图如图6.21所示。在图6.21中的球面三角形中,有

$$\delta = \arcsin \frac{\phi_{MT \min}}{\sin i_M} \quad (6.8)$$

则目标可被北极站连续测控的时间

$$t = \frac{180^\circ + 2\delta}{360^\circ} T \quad (6.9)$$

其中T为目标相对地球运行周期。

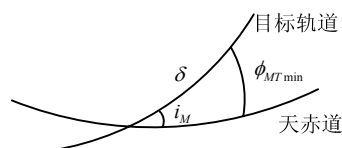


图6.21 测控弧长计算

以月球为例,假设其轨道为半径384400km的圆轨道,周期为27.3天,倾角在 $18.3^\circ \sim 28.6^\circ$ 间变化,测站最小仰角 5° ,通过式(6.5)、(6.7)、(6.8)、(6.9)的计算,位于北极(或南极)的单个测站可实现连续对月球测控10.7天~11.8天。

对于行星目标,因其相对地球轨道并非圆形,其可被连续测控的时段无法使用(6.8)、(6.9)计算,而需要查询行星历表或用解析式近似计算。

6.2.1.3 仿真分析

图6.22中描绘了不同纬度深空站在一天内对月球的测控情况的二维投影,其中S1、S2、S3纬度分别为 0° 、 45° 、 90° ,对应的测控范围分别为红色、蓝色、黄色区域(有重叠),对月球的测控弧段分别为 W_1E_1 、 W_2E_2 、 W_3E_3 。测站最小仰角均为 5° ,对应的时段为2025年1月11日12:00~12日12:00。从图中可明显看出,

$$W_3E_3 > W_2E_2 > W_1E_1。$$

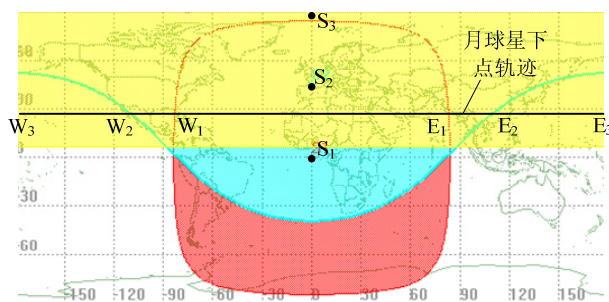


图6.22 不同纬度深空站测控范围地面投影

2025年1月1日12:00~2月1日12:00间月球的赤纬变化如图6.23中第一幅图所示，第二幅图描绘了同一时段内月球在可测弧段内相对上述3个深空站的仰角，第三幅图给出了同一时段内3个深空站分别对月球的可测时间段。

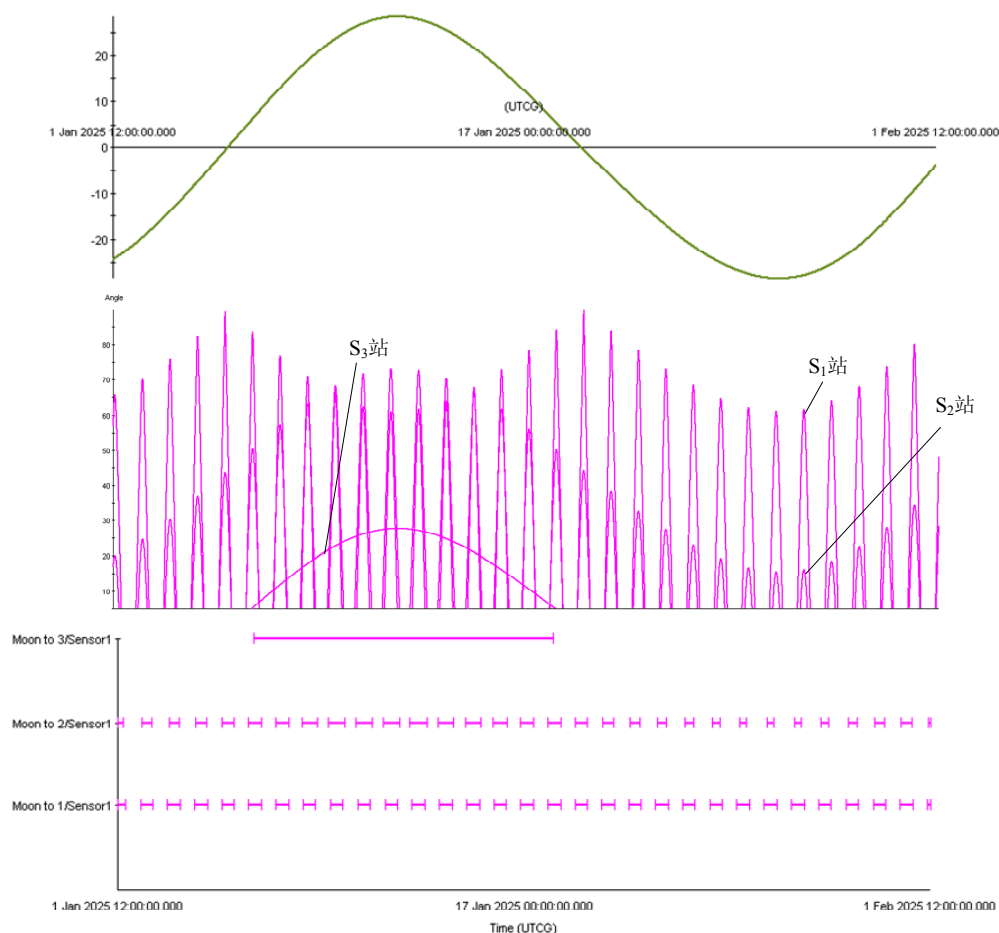


图6.23 月球赤纬、仰角与可测时段的关系

从图6.23中可得知，在月球处于北纬的大部分时间，北极站可对月球进行连续测控，经计算该时段长达11.9天。随着月球赤纬的增加，45°站的单次测控时段跨度逐渐超过赤道站，然后又逐渐缩短。从图6.24中可以更清楚的看出，45°站每次测控时长经历了先增加后减少的过程，而赤道站则基本保持不变。仿真获得的这

些结果都与6.2.1.1节与6.2.1.2节中的结论相吻合。

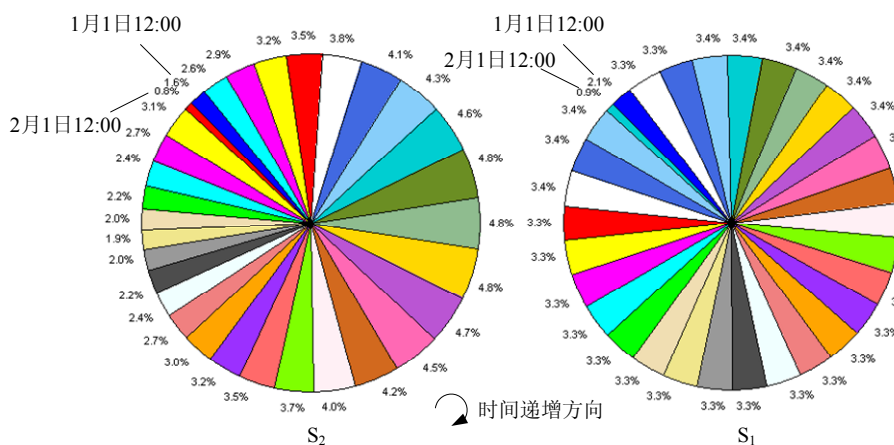


图6.24 测控弧段比例对比

6.2.2 境内单站南极站测控情况分析仿真

通过6.2.1节中的研究，我们认识到极区布设的深空站对于登月任务的测控会起到特殊的效果，本小节通过算例分析我国境内一个深空站与极区的一个深空站组网方案对地月转移轨道和月球本身的测控情况。为便于对比，我国境内的深空站仍选择SX站（ 108° E， 35° N）；因为该站位于北半球，容易想到极区站应尽量选择南极附近以便与SX站形成互补，因此另一个深空站选择了位于南极的SP站（ 90° S）。

6.2.2.1 地月转移轨道测控分析

仍然以3.3.2.3节中的载人飞船精确轨道为例，分析SP站对该地月转移轨道的测控情况，SX站的测控情况与6.1.2节中完全相同，此处不再单独对其计算。图6.25给出了SP站测量地月转移轨道的方位角、仰角与距离等参数的变化情况。

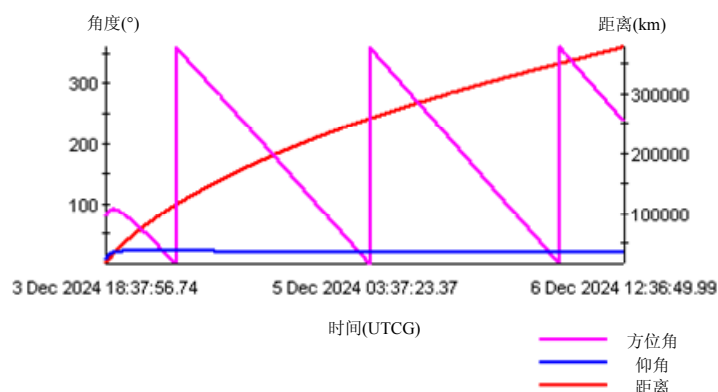


图6.25 SP站对地月转移轨道测量参数变化

从图6.25中首先可以看到的是，SP站对地月转移轨道的测控呈现连续性，后面还会分析这一点。因为深空站位于极点，地球自转对飞船的测控距离不再有影响，

表现在图中便是飞船到SP站的距离变化非常稳定，这一变化实际上完全由飞船在地月转移轨道的飞行造成。测量方位角基本呈线性递减规律，仰角则在一个小范围内缓慢减小，从表6.7中可以看到，仰角的最大值只有 21° 。

表 6.7 SP 站对地月转移轨道测量参数

跟踪区间 序数	时刻	测量参数		
		$A / (^\circ)$	$E / (^\circ)$	$\rho / (\text{km})$
1	3 Dec 2024 18:37:56.74	77.081	5.000	15240.599
	3 Dec 2024 23:22:26.46	55.921	21.061	76275.847
	6 Dec 2024 12:36:49.99	236.863	17.884	378455.195

图6.26中给出了时间轴上表示的境内单站与南极站单独以及组网后对地月转移轨道的可测时段，其中SpaceShip项表示两站对地月转移轨道的联合测控时段，也就是SX站与SP站单独测控时段的并集。

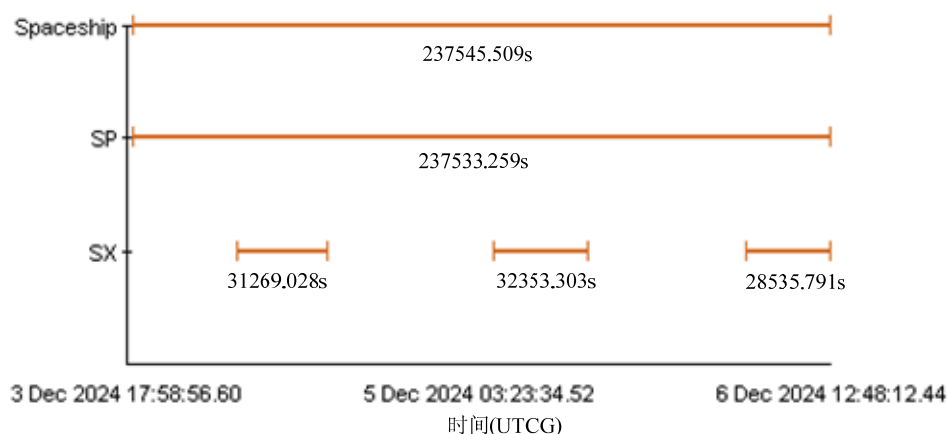


图6.26 境内单站南极站对地月转移轨道的可测时段

从图6.26可知：

- 1) 在整个地月转移轨道飞行时段内 SP 站只有一个跟踪区间，但该区间几乎覆盖了全部地月转移轨道。
- 2) 除了近月点前被月球遮挡的十几秒外，SX 站的测控时段全部包含在了 SP 站的测控时段内。
- 3) 通过计算可知，SX 站对地月转移轨道的测控总时长为 92158.121s，占飞行时间的 38.31%；SP 站测控总时长为 237533.259s，占飞行时间的 98.74%；双站联合测控总时长为 237545.509s，占飞行时间的 98.75%；两站测控的重叠时长为 92145.871s，占飞行时间的 38.305%。

地月转移轨道在SX站与SP站联合测控下的测控盲区时段与时间跨度如表6.8所示，从表中可计算得出总盲区时长为3010.3s，占转移轨道时间长度的1.25%。

表 6.8 境内单站南极站对地月转移轨道的测控盲区

盲区序数	开始时刻	终止时刻	时间跨度/(h:m:s)
1	3 Dec 2024 17:58:56.60	3 Dec 2024 18:37:56.74	00:39:00.1
2	6 Dec 2024 12:37:02.25	6 Dec 2024 12:48:12.44	00:11:10.2

从表6.8还能发现，盲区仅出现在地月转移轨道入轨后39分钟内和近月点前11分钟内，飞行中的绝大部分时段均可被南极站测控覆盖。从图6.27也可以直观的看出这一点，图中蓝色曲线为未被测控覆盖的地月转移轨道，红色的加粗曲线为可测弧段。

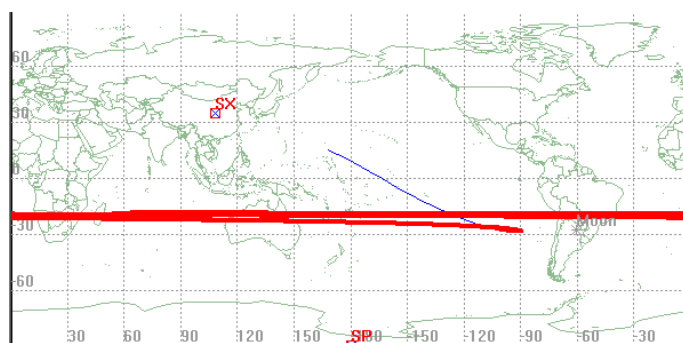


图6.27 境内单站南极站对地月转移轨道的可测弧段星下点轨迹

图6.28中给出了飞船在地月转移轨道上的赤纬随时间的变化曲线，从图中可知，除刚进入地月转移轨道的短期内，飞船的赤纬一直保持在 -20° 左右，这是其能被南极站持续测控的原因所在。因为根据式(6.5)与式(6.7)可知，针对 5° 的最小测站仰角，假设测控目标在地月平均距离上，则当测控目标纬度 $\phi_{MT} > 6^\circ$ 时，可被北极深空站持续测控，当 $\phi_{MT} < -6^\circ$ 时，可被南极深空站持续测控。

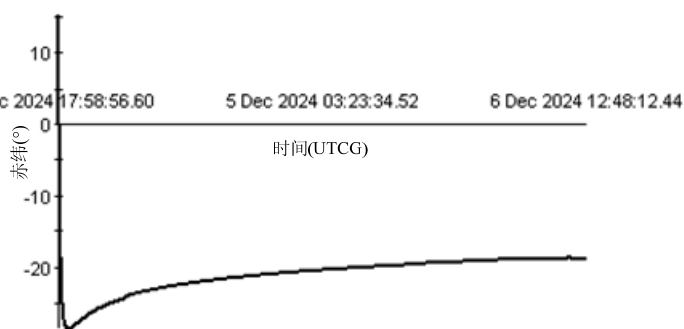


图6.28 地月转移轨道的赤纬变化

6.2.2.2 月球测控分析

下面分析SX站与SP站对月球的测控情况，分析的时段仍然为6 Dec 2024 12:48:12.44~8 Dec 2024 12:48:12.44的48小时。图6.29给出了SP站测量月球的方位角、仰角与距离等参数的变化情况。

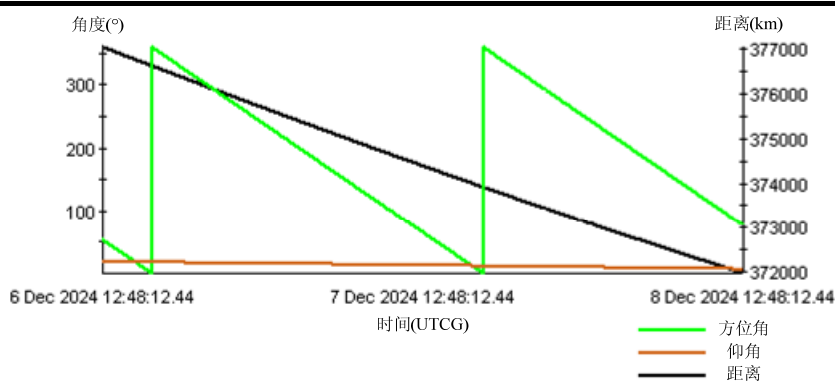


图6.29 SP站对月球测量参数变化

由图6.29可知,月球相对南极站的方位角、仰角与距离均呈现近似线性的变化,其中,距离减小的原因是此时段内月球在远地点到近地点的运动过程中,方位角的变化与图6.25中对地月转移轨道的测量方位角相似,而仰角由于月球在从南向北运行而逐渐减小。经计算南极站对月球的测量仰角比较小,在该时段内从约 18° 到约 6° 变化。

图6.30中给出了时间轴上表示的SX站与SP站单独以及组网后对月球的可测时段,其中Moon项表示两站对月球的联合测控时段。

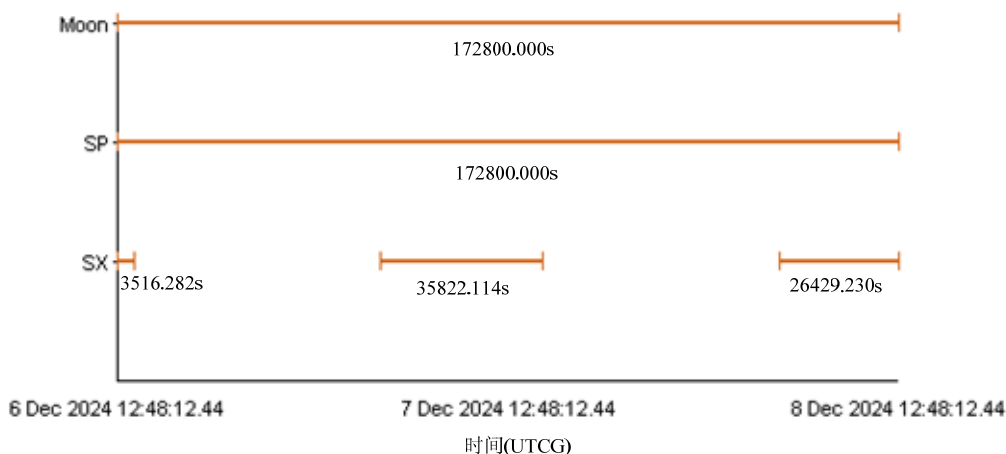


图6.30 境内单站南极站对月球的可测时段

从图6.30中可以得知,在分析的48小时时间内SP站可以实现对月球的100%测控覆盖,也就意味着载人飞船在绕月轨道(除月球本身遮挡外)与月面探测的过程中可以与南极实现不间断的通信,这对载人登月任务无疑是一个非常重要的保障。相比之下,SX站的意义就不是非常重要了,只能算作南极站的备份或者在部分区域(参考图6.31)内与南极站共同实现甚长基线干涉测量。

SX站与SP站在地月平均距离 384400km 距离上的测控覆盖范围在地表的投影以及月球在分析时段内的地面星下点轨迹如图6.31所示。图中蓝色区域为SP站的测控范围,红色区域为SX站的测控范围。从图中可见在分析的48小时范围内,月球完全处于南极站的测控覆盖范围之内,并且有部分时段处于SX站与南极站的共同

测控覆盖下。

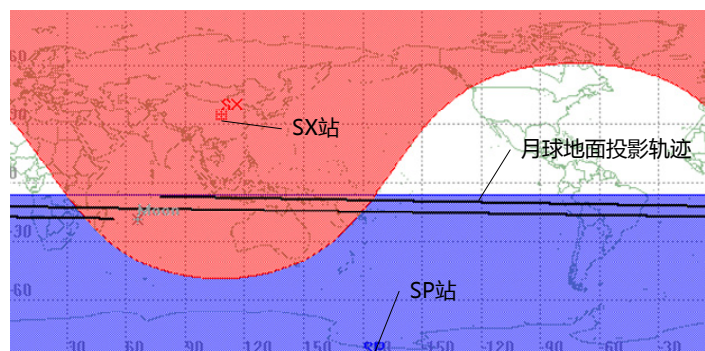


图6.31 境内单站南极站对月球测控情况二维图

从本节的研究与分析中可知，极区站在深空探测任务中有着传统位置深空站所不具备的特殊优势。在分析的算例中，地月转移轨道与月球的赤纬基本在 -6° 以下，在这种条件下，单一的南极站便可以实现对几乎全部地月转移轨道的测控覆盖以及对月球的全天候测控覆盖。在下一节中将对各种陆基深空站布局方案进行对比并给出结论。

6.3 载人登月任务陆基测控站布局方案对比

载人登月工程要求可靠性和连续性都很高的测控支持，尤其是飞船从地月转移轨道入轨点开始，经历其后的地月转移过程、环月过程、软着陆过程、月面探测过程，直至从月面起飞并离开月球的这一系列月球附近的的活动，要求尽可能高的测控覆盖率，最好能够实现不间断通讯。我国目前的深空测控能力难以满足这一要求，而且要建成类似美国DSN的深空网络也不符合目前我国国情。在这一前提下，本章分析了三种陆基深空站布局方案，分别是境内双站方案、境内单站南美单站方案以及境内单站南极单站方案。

境内双站方案的优势在于其地缘上不存在问题，工程上易于实施，安全与维护上易于保障。但从6.1.1节的分析中可以得知，无论是对地月转移轨道的测控，还是对绕月轨道和月面探测段的测控，国内布设的两个测站尽管已尽可能在经度方向上拉开距离，但两站的跟踪区间还是有很大的重叠，对任务的测控覆盖率只有约50%，可以认为单纯的境内双站方案不能满足载人登月任务的测控需要。

从6.1.2节对境内单站南美单站方案的分析中可知，境内测站与南美测站的测控范围没有重叠，形成互补之势，无论是对地月转移轨道的测控，还是对绕月轨道和月面探测段的测控，都有着良好的覆盖效果。在分析的算例中，该布站方案对地月转移轨道段的测控覆盖率达到89.82%，对绕月轨道和月面探测段的覆盖率达到91.20%。因此如果不考虑政治、经济、工程等因素，单纯从测控效果上讲，国内单站南美单站方案优于国内双站方案。这一方案也存在一定问题，一方面在

境外建设庞大的深空测控系统面临外交协商、安全保密等种种非技术问题，另一方面这一方案还是存在一定覆盖盲区，仍需要调整发射窗口以及轨道以使任务关键点避开覆盖盲区。

此外我们还可以考虑前两种布局方案的结合，即在国内布设两座深空站，在南美布设一座深空站，如图6.32所示。图6.32中深空站的地理坐标是经过调整的，分别是A站（ 39.5° N, 76.0° E）、B站（ 47.2° N, 133.4° E）、C站（ 38.3° S, 73.0° W），从图中可以看出此方案可以消除前面分析的境内单站南美单站方案下仍存在的测控盲区。这一方案虽然与美国深空网用了同样的三座深空站，但却更加适用于我国国情，而且同样可以起到对月球和行星的全天候测控，因此具有一定参考价值。

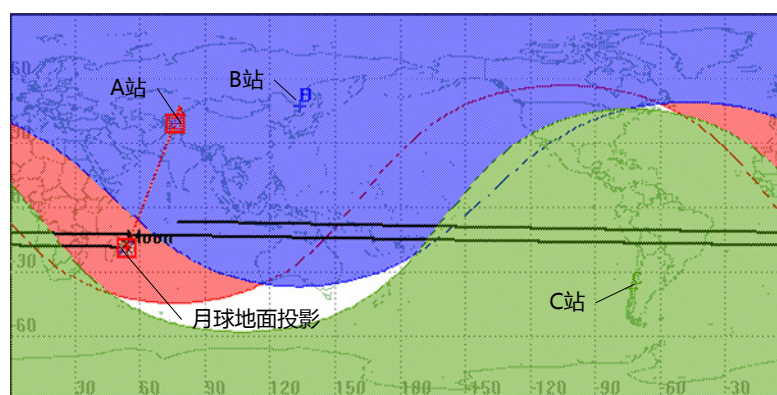


图6.32 境内双站南美单站方案测控范围投影

2010年10月，我国嫦娥二号卫星测控系统总师钱卫平通过媒体向外界表示，我国计划于2012年在喀什安装口径35米的天线，在佳木斯安装口径64米并同时具备S、X和Ka三个频段功能的天线，并计划于2016年在南美建成第三个拥有大口径天线的深空测站^[154]。这一计划与图6.32中的布局方案十分相似。

在6.2.2节的仿真中，我国境内的深空站只是在月球本身遮挡飞船时延长了南极站十几秒的测控时长，实际上对于总测控时段的增加几乎没有任何作用，单南极站对地月转移轨道段的测控覆盖率就达到98.74%，对绕月轨道和月面探测段的覆盖率更是达到了100%。因此，如果不考虑地面站备份与甚长基线干涉测量等因素，完全可以仅利用一个极区深空站，配合面向入轨段的测量船，实现对登月任务的全时段连续测控。当然，这种测控方案对轨道设计和发射窗口选择施加了进一步的约束，例如对于建于南极的深空站，要求任务期间月球的赤纬小于 -6° ，同时要求地月转移轨道与月地转移轨道主体上位于地球赤道以南；但是从本章的算例中我们知道，这样的约束条件并不难满足。因此从理论上讲，极区深空站对于登月任务，直至今后的行星探测任务，均有着不同寻常的意义。

客观的讲，要在两极建设深空站，还面临很大工程上的困难。首先，两极地

区自然条件恶劣，人迹罕至，要建立起庞大深空站系统的工程难度和消耗可想而知，而且建设完成后的运营和维护也是一大问题。其次，两极的深空站对目标连续跟踪时面临绕其方位轴 360° 旋转的问题，这也是工程上的一个不利因素。另外，极区深空站还面临着较差的通信条件，由于纬度超出了定点通信卫星固定波束覆盖范围，导致普通宽带通信卫星无法直接转发该站接受的数据，必须借助微波或专用光缆向低纬度方向传送。尽管面临诸多困难，国外还是先后在阿拉斯加、南极罗斯岛、瑞典基律纳、挪威斯沃尔巴德等地设立了极区站^[107]，虽然目前这些地面站主要面向太阳同步轨道等近地极轨卫星服务而非深空服务，但至少说明建设极区深空站工程上并非不可行。因此，本章对极区站问题的研究除理论价值外，也不能排除其工程价值和应用前景。

6.4 本章小结

本章针对载人登月任务的测控情况，首先分析了两种传统陆基深空站布局方案的测控效果，然后重点提出极区深空站的布局方案，最后对不同方案进行了对比分析，主要工作与结论如下：

- 1) 分析了境内双站方案的测控情况。选择我国大陆西部的KS站与东部的QD站组网，计算了对地月转移轨道与月球的测量参数。分析表明，国内双站的跟踪区间有很大重叠，对月球任务的测控存在高达50%的盲区，效果并不理想。
- 2) 分析了境内单站南美单站方案的测控情况。选择我国大陆境内的SX站与南美洲的CL站组网，计算了对月球任务的测量参数。分析表明，境内测站与南美测站测控范围互补，对任务的测控覆盖率达到90%左右，远优于国内双站的方案。
- 3) 完成对深空目标测控的几何建模与分析。建立了单深空站、尤其是极区深空站对深空目标测控的几何模型并进行分析，得到的结论是深空站的跟踪区间与航路捷径没有必然联系，而是测站纬度、目标赤纬与目标距离的多元函数；对于月球或行星等深空目标，在测站与目标位于赤道同侧时，很多情况下测站纬度越高，单站连续跟踪区间越长。
- 4) 分析了境内单站南极单站方案的测控情况。选择我国大陆境内的SX站与南极的SP站组网，计算了对月球任务的测量参数。分析表明，国内站对测控总时长贡献不大，单独的南极站便可以实现对地月转移轨道98.74%的测控覆盖率以及对月球的100%连续测控覆盖。
- 5) 对几种陆基深空站布局方案进行对比，得到如下结论：

- a) 境内双站方案的优势在于其地缘上不存在问题，工程上易于实施，安全与维护上易于保障；劣势是测控效果不理想。
- b) 境内单站南美单站方案的优势是测控效果较好；劣势是需在其他国家建站，面临外交协商、安全保密等非技术问题，另外仍存在一定测控覆盖盲区。
- c) 国内布设两座深空站，在南美布设一座深空站的方案可以消除月球任务的测控盲区；劣势是采用了三座深空站，成本较高。这种方案与我国目前的深空网建设计划非常接近。
- d) 极区单站方案的突出优势是，结合适当的轨道设计，可以实现单站对任务的几乎100%测控覆盖，这是任何其他位置深空站不能替代的；极区站方案劣势同样明显——工程实施难度很大。

第七章 地月空间集群飞行问题初探

集群航天器系统将传统的整体式航天器分解为可物理分离、集群飞行的模块航天器,通过自组织网络组合成为集群空间系统,是具有重大发展前途的新概念航天器系统。集群飞行是集群航天器在动力学角度的基本组织方式,是指多模块航天器在相邻近的自然轨道上的长期被动稳定飞行,集群飞行在飞行方式与轨道控制等方面与星座和编队等分布式空间系统存在区别。

本章尝试将集群飞行这一概念拓展到地月空间的飞行任务中,对地月空间集群飞行的意义尤其是相应轨道构形与相对运动方面研究的理论价值进行了重点的探讨,给出了进一步的研究方案,对双曲线轨道上的航天器相对运动与特定集群构形控制方法进行了初步研究,最后通过算例从轨道方案上分析了地月空间集群飞行的可行性。

7.1 集群飞行概述

7.1.1 集群航天器系统概述

随着航天技术的发展和太空探索活动的不断深入,单颗航天器在功能上已很难满足人们不断增长的空间任务需求,卫星星座和编队的出现在很大程度上提高了人类开展空间任务的能力。但无论是卫星星座还是卫星编队,都是由几颗完整的卫星组成,一旦发射升空,其功能基本上就已固定,很难实现系统升级或任务功能改变。而且,一颗卫星的故障可能影响整个系统的正常运行,甚至导致空间任务的失败。

针对上述不足,2006年美国科学家提出了一种集群航天器的概念,将传统的整体式航天器分解为物理分离的模块构成的集群,在轨运行期间通过无线数据连接和无线能量传输,构成一个功能完整的虚拟航天器系统。集群航天器不同于卫星星座和编队,它不是常规的功能完备的多颗卫星的集合体,而是异构型模块化航天器的集群,具有很强的机动性和灵活性。集群航天器的概念一经提出,就引起了美国政府特别是军方的高度重视,美国国防高级研究计划局DARPA迅速制定了分离模块集群航天器系统——“F6系统”计划,即“未来(Future)、快速(Fast)、灵活(Flexible)、模块化(Fractionated)、自由飞行(Free-Flying)、通过信息交换实现集成的航天器(Spacecraft united by Information eXchange)”,并投入了大量经费不遗余力地推进。

集群航天器系统实质上是通过一组无线连接、编队飞行的多个功能模块集群

形成一颗虚拟大型航天器执行任务，具有“功能分解、结构分离、无线连接、编队飞行”的技术特征，也是卫星星座和编队等分布式空间系统概念的进一步发展。它的研制成功将带来未来航天器设计理念、体系结构、运行管理、制造和发射模式甚至航天产业的组织结构的革命性变革，空间军事应用和对抗的方式也会随之发生重大变化。

集群飞行是集群航天器在动力学角度的基本组织方式，是指多模块航天器在相邻近的自然轨道上的长期被动稳定飞行，其轨道可以通过轨道根数的偏置来实现。在集群飞行中，模块群的维持只需要很小的速度增量。

7.1.2 集群飞行与其他分布式空间系统的区别

分布式空间系统是指物理上互不相连的，共同实现同一空间任务的多个航天器构成的空间系统。从概念上讲，分离模块航天器属于一种分布式空间系统，但与目前存在的其它分布式空间系统有着显著的区别。目前，分布式空间系统的两种主要工作模式是卫星星座和卫星编队飞行。

卫星星座是将单星模式工作的卫星按照一定的相位要求布放所形成的多星模式工作的卫星群，通过将多个卫星散布到轨道上来实现系统功能的扩展。采用卫星星座的工作模式，可以提高时间分辨率、缩短重访周期、加大覆盖范围，达到单颗卫星独立工作难以达到的性能。

卫星编队飞行是随着现代小卫星技术的迅速发展而于20世纪90年代后期出现的一种新的卫星组网方式，是指一组卫星在各自轨道上运行的同时，相互间保持一定的相位和距离，形成特定形状的编队构形。在飞行过程中，各卫星距离较近、联系密切、互相协同工作，共同完成某项空间任务。编队飞行的各卫星通过星间链路实现信息共享，并通过一定的协同策略，在整个编队内进行共同的导航和控制，实现整体的协同控制。这类系统区别于卫星星座的最大特点是各个卫星之间存在紧密的信息互联和协同控制。另外，从轨道动力学角度，编队飞行要求卫星间相对运动关系满足一定的条件，从而形成一定的相对运动轨道构形，利用特定的几何形状来实现任务目标。与传统的单一卫星相比，编队飞行卫星不仅可以完成某些传统航天任务，而且可以实现一些单一卫星无法实现的功能，如超大的虚拟孔径、空间长基线干涉测量、大范围立体成像等。

卫星星座和卫星编队飞行均是多卫星系统，系统基本成员为常规卫星，而集群飞行航天器则是由多个航天器模块构成的分布式空间系统，系统的基本成员是对常规航天器进行功能分解获得的独立模块，各个模块分别承担常规航天器的某项或某些功能。集群飞行在飞行方式上与卫星星座和卫星编队的区别主要体现在以下几点。

- 1) 集群飞行单个模块虽然可以自由飞行，但不具有常规航天器的全部功能；
- 2) 集群航天器各模块之间除了数据互联和共享，还可能进行能量甚至力/力矩的无线传输；
- 3) 与卫星编队飞行的紧密控制不同，集群飞行采用相对较为松散的协同控制；
- 4) 集群飞行模块之间的相对距离和相位只要满足无线数据、能量或力/力矩传输的约束即可，不需要保持严格的编队构形。

集群飞行状态下的控制问题以航天器相对动力学方程为基础，与编队飞行控制有共同点，可以在航天器编队飞行控制的基础上开展。但是，同编队飞行卫星相比，集群飞行的控制问题面临多方面的挑战。

- 1) 集群中的模块并非都具有轨道保持与控制能力，这是对集群构形保持控制策略的挑战；
- 2) 在集群分散的情况下，控制采用精密保持还是松散保持，将极大影响控制的代价，需要建立合适的任务分析模型；
- 3) 集群航天器的特性将导致特别的相对摄动力，如大气阻力、太阳光压摄动的差异，从而增加集群轨道运动分析的复杂性。

7.2 地月空间集群飞行轨道研究意义与研究方案

地月空间集群飞行轨道问题研究，核心是以地月空间为背景研究两个引力体下多个航天器的相对运动问题。双引力体下航天器集群飞行研究，区别于限制性多体问题下的低能转移轨道研究，且将超出Hill方程、C-W方程以及T-H方程的研究范围，将涉及轨道动力学领域新的理论、技术与方法，是对现有的深空探测器轨道力学与航天器编队理论的有益补充，对未来设计在地月乃至行星际空间进行深空探测的航天器飞行集群具有指导意义。

本节首先论述地月空间集群飞行轨道问题研究的意义，然后给出地月空间集群飞行轨道构形研究的研究方案，最后通过特定情形下的算例对地月空间集群飞行的构形演变进行了初步分析，从一定程度上验证了地月空间集群飞行的可行性。

7.2.1 地月空间集群飞行轨道研究意义

首先阐述单中心引力体与双中心引力体下的航天器集群飞行的概念及它们之间的区别，然后通过对国内外相关理论研究及工程实践的分析，论述了地月空间集群飞行轨道研究的理论价值与应用价值。

7.2.1.1 单、双引力体下航天器集群飞行概念

1. 单中心引力体下的航天器集群飞行:

若干航天器在绕某一中心引力体运动的同时, 主要按照轨道自然特性近距离伴随飞行, 彼此间形成固定或变化构形的航天器群, 称为单引力体作用下的航天器集群飞行。集群中的航天器在运行过程中保持较近距离, 彼此密切联系, 相互协同工作, 共同完成空间任务。航天器所绕中心引力体可以是太阳、地球、月球等天体。

航天器集群飞行是 20 世纪末开始越来越受到重视的一个航天概念。正是由于其特定的空间分布, 以及可以在同一时刻对同一目标实行立体观测, 或在同一时刻对空间不同点进行探测, 因而具有巨大的应用价值, 应用领域涉及空间立体成像、运动目标识别、精确定位、大气探测、地球引力场与地球磁场探测、天文观测等。

2. 双中心引力体下的航天器集群飞行:

若干航天器在绕两天体飞行过程中, 航天器间构成一定长度范围和特定方向的基线且协同工作, 具有动态性、高精度、高分辨率、高可靠性。可构成天基干涉仪实现对深空的多点同步观测, 对获得高分辨率天体表面图像、利用差分获得高精度天体引力场和磁场数据等具有一定应用价值。

双中心引力体下的航天器集群飞行不同于传统意义上的集群飞行, 其特点是:

1) 双引力体作用。在两天体引力场共同作用下飞行, 建立模型难度增加。

2) 非圆形轨道。航天器轨道形状变化较大, 包括大椭圆轨道和双曲线轨道等。如通常的地月转移轨道相对于地心为大椭圆, 相对月心为双曲线轨道。

3) 相对运动变化非周期性。通常情况下, 单引力体(二体)下的集群飞行绝对轨道闭合且有周期性, 相对运动也经常呈现周期性变化(例如空间圆编队、钟摆编队), 而双引力体情况下的集群飞行一般情况下其绝对轨道与相对运动轨道不闭合也无周期性。

7.2.1.2 地月空间集群飞行轨道研究价值

1. 理论价值

在理论上, 单引力体作用下的航天器编队/集群飞行理论已比较成熟。

George William Hill 为了给日、地、月系统中的月球运动提供数学理论基础, 在 1878 年假定三体中每一体有一个与距离平方成反比的引力场, 且月球的质量相对于地球和太阳是小量, 即在限制性三体问题的背景下, 建立了一组描述相对运动的动力学非线性微分方程, 也就是原始的 Hill 方程^[24]。Hill 没有对方程组线性化, 而是更精确地研究了非线性方程的性质, 并以时间的幂级数的形式给出了一组运动解。原始的 Hill 方程只涉及了包括在日地月运动平面中月球的运动问题,

研究的实质是双引力体下的第三体运动问题。

到了二十世纪 60 年代, W. H. Clohessy 和 R. S. Wiltshire 在航天器空间交会对接问题的研究中进一步假定了两个航天器仅受地球的引力作用, 并对模型进行一次近似(线性化), 产生了一组常系数微分方程组, 其形式与 Hill 方程类似, 所以在许多文献中, 也称 Hill 方程为 Clohessy-Wiltshire 方程(简称 C-W 方程)^[140], 这是研究航天器相对运动的基础。C-W 方程研究的实质是单引力体下多个圆轨道航天器的相对运动问题。

C-W 方程存在局限性, 因其所做的假设使得设计的卫星集群只局限于圆轨道运行。1965 年, 为研究椭圆轨道上两航天器之间的交会对接问题, Tschauner 和 Hempel 推导出 T-H 方程, 得到用偏近点角描述的相对运动方程的完整解析解, 之后 Lawden, Carter, Inalhan 等人在 T-H 方程基础上做了进一步的研究工作, 得到了用积分常数描述的解析解, 消除了解中的奇异性, 给出了参考卫星轨道为椭圆时集群卫星存在封闭周期性相对运动轨迹的初始条件^[133]。T-H 方程研究的实质是单引力体下多个椭圆轨道航天器的相对运动问题。

在此基础上, 国内外一些大专院校、科研院所内的很多学者在航天器编队/集群飞行理论方面做了大量的工作^{[133]-[150]}, 使得对地月双中心引力体下的航天器相对运动研究具有良好基础。

前面已提及, 双航天器绕两天体集群飞行与单引力体作用下的航天器集群飞行存在重要区别。地月空间集群飞行问题的本质是多航天器在双引力体下的运动问题, 这一研究将区别于 George William Hill、W. H. Clohessy 和 R. S. Wiltshire 及 Tschauner 和 Hempel 等人的研究, 将涉及轨道动力学新的理论、技术和方法, 而且目前尚未发现国内外有关的研究成果报道。综上可认为, 地月空间集群飞行技术的研究具有较大的理论价值。

2. 应用价值

从应用上讲, 当前国际国内有关的研究与实践主要集中在单引力体作用下的航天器编队/集群飞行。例如: (1) 以地球为中心引力体, 2000 年美国(NASA) EO-1 发射并成功与 LandSat-7 实现编队飞行, 这标志着两航天器自主编队飞行技术得到验证。两航天器运行在升交点赤经略有差别的近圆轨道上, 形成沿航向编队构形, 两航天器星下点轨迹相同。(2) 以月球为中心引力体, 德国计划在 2012 年发射“月球探索轨道器”(LEO)。该任务包括两个编队/集群飞行的航天器, 同时测量月球表面。“月球探索轨道器”将提供月表真实的立体图像, 还能以三维模式研究月球远端与近端的磁场及重力场。由于主卫星到达月球附近后才释放出附属卫星, 因此这一任务属于月球单引力体下的集群飞行。

另一方面, 以往的深空探测活动中, 在绕多天体飞行时采用的大都是单个航

天器，虽然有的也包含子卫星，但它们之间的相对运动不属于集群飞行。例如日本 2007 年 9 月发射的 SELENE 月球探测器，到月球附近后先后释放小型中继卫星 Rstar 和甚长基线干涉测量星 Vstar，最终三颗星分别在两个不同偏心率椭圆轨道和一个圆轨道上飞行，因此星间不存在集群构形。

随着航天技术特别是微小卫星技术以及推进技术的发展，也随着月球探测中要求的不断提高，采用航天器地月空间集群飞行的价值逐渐显现出来。例如，地月空间集群飞行可增加测量基线，实现对地月空间的多点同步观测，将对获得带有高程信息的高清晰度月面图像、高精度月球引力场和磁场数据以及对地月空间深空环境的动态观测等方面具有潜在应用价值。

我国的嫦娥一号已成功完成使命，嫦娥二号目前正在环绕月球进行勘测，此后探月二、三期工程也将继续实施。显然，开展多航天器地月空间（包括环绕月球）集群飞行技术的研究，与我国的月球探测工程目标相吻合并对未来我国的深空探测技术发展具有积极意义。

第一章中曾提及我国受运载技术限制难以一次发射便完成载人登月工程，文献[4]分析后认为采用环月轨道交会对接方式是更加符合我国国情的载人登月方案，而如果采用这一方案，地月空间集群飞行技术将有可能应用在载人登月任务中。例如，载人登月飞船的两个或数个模块同时发射，或相继发射后在地球停泊轨道调整至合适相位，便可在地月转移轨道与环月轨道上实现集群飞行，并在集群基础上完成环月轨道交会对接。

综上所述，开展地月空间集群飞行轨道理论研究具有重要的理论价值和潜在的应用价值。它是对航天器编队/集群飞行理论与深空探测技术的一种延伸和拓展，是在地月空间中应用多航天器集群飞行的理论基础，同时将对未来设计多航天器集群飞行绕地月空间探测乃至行星际深空探测具有指导意义。

7.2.2 地月空间集群飞行轨道构形研究方案

地月空间集群飞行的轨道构形研究可以按照如下方案开展：

1) 双二体假设下，在地月旋转坐标系中的地月连线附近空间中，设计出参考航天器的飞行轨道，包括地月转移轨道、月地转移轨道以及绕月飞行轨道等，作为标称轨道。

2) 将此标称轨道按照不同引力体分为两段：地心段内依据大椭圆下的航天器相对运动方程，得到地心段伴随航天器轨道；月心段内依据双曲线下的航天器相对运动方程，得到月心段伴随航天器轨道。在月球影响球边界进行拼接，实现绝对、相对运动状态转换，得到地月空间航天器相对运动方程与伴随航天器轨道，并依据相对运动方程解析解对集群构形特性进行分析。

3) 地心段内采用月球引力摄动解析模型，月心段内采用地球引力摄动解析模型，综合起来得到包含摄动影响的地月空间航天器编队解析模型。

4) 以包含摄动影响的航天器相对运动模型解析解为基础，结合数值方法以及前面分析得到的特性，尝试寻求具有应用价值的集群构形，并研究相对轨道的集群构形保持方法与构形重建方法。

细化的研究方案见图7.1。

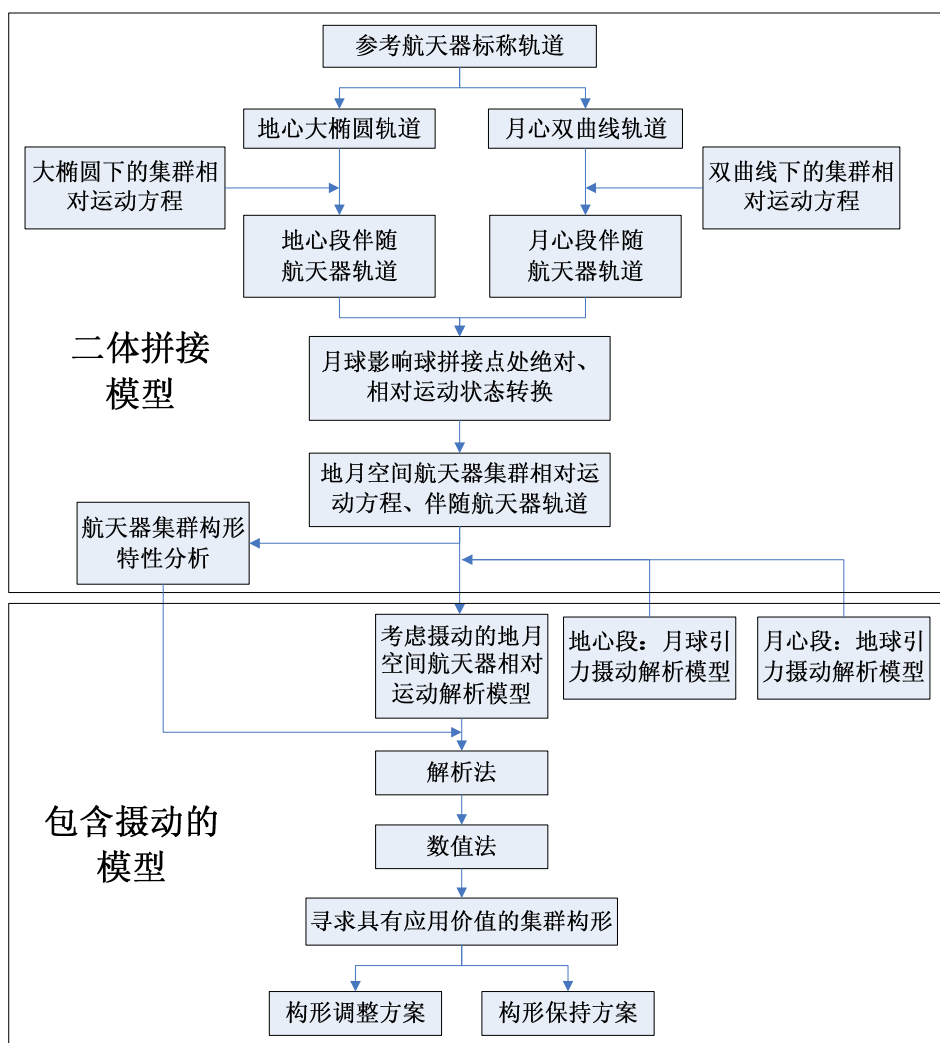


图7.1 集群飞行轨道构形研究方案

7.3 双曲线轨道上的航天器相对运动初步研究

在深空探测飞行过程中，航天器进入月球或行星影响球后，其相对于中心天体的飞行轨迹近似为双曲线。因此要在深空探测任务中采用集群飞行技术，首先需要对双曲线轨道上的航天器相对运动问题开展研究，目前相关的文献资料非常少见。本节首先推导了双曲线轨道上的航天器相对运动方程，然后研究了一种双

曲线上的特殊集群构形——悬停轨道构形的设计与控制方法。

7.3.1 双曲线轨道上的航天器相对运动方程

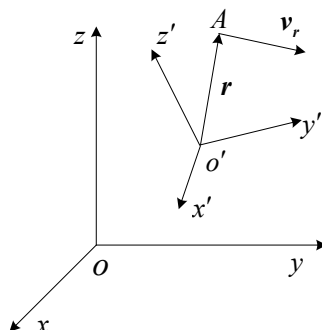


图7.2 惯性坐标系与动坐标系

如图 7.2 所示, $o-xyz$ 表示惯性系, $o'-x'y'z'$ 表示动系。设动系 $o'-x'y'z'$ 作一般运动, 其原点 o' 的加速度为 \mathbf{a}'_o , 角速度为 $\boldsymbol{\omega}$, 角加速度为 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 。动点 A 在动系中的位置矢量为 \mathbf{r} , 速度矢量为 \mathbf{v}_r , 加速度矢量为 \mathbf{a}_r , 根据动力学原理, A 在惯性系中的加速度 \mathbf{a} 可表示为

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}'_o + \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r \quad (7.1)$$

设参考卫星 S 在相对于天体质心 O_M 的双曲线轨道运行, 记伴随卫星为 C , 则参考卫星的轨道坐标系 $S-xyz$ 与地心惯性系 O_M-XYZ 的关系如图 7.3 所示。

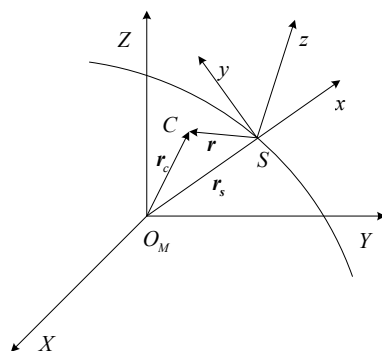


图7.3 地心惯性坐标系与轨道坐标系的关系

轨道坐标系的 x 轴与地心矢量重合, 并由地心指向参考卫星; y 轴在参考卫星的轨道平面内垂直于 x 轴并指向速度方向为正; z 轴由右手定则确定, 与轨道面法向重合。 \mathbf{r}_s 、 \mathbf{r}_c 分别表示参考星和伴随卫星的位置矢量, 伴随卫星相对参考卫星的位置矢量为 \mathbf{r} 。则有

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{r}_s + \mathbf{r} \quad (7.2)$$

设 \mathbf{r}_s 及 \mathbf{r} 在轨道坐标系的表示形式为 $\mathbf{r}_s = (r_s \ 0 \ 0)^T$ 、 $\mathbf{r} = (x \ y \ z)^T$, 则伴随卫星的位置矢量 \mathbf{r}_c 可表示为 $\mathbf{r}_c = (r_s + x \ y \ z)^T$ 。

ω 、 ε 在轨道坐标系中可表示为

$$\omega = (0 \quad 0 \quad \omega)^T \quad (7.3)$$

$$\varepsilon = (0 \quad 0 \quad \varepsilon)^T \quad (7.4)$$

由卫星轨道理论知，参考星轨道坐标系的旋转角速度 ω 为

$$\omega = \dot{f} = h/r_s^2 \quad (7.5)$$

其中， $h = \sqrt{a\mu(1-e^2)}$ 为角动量大小。参考星轨道坐标系旋转角加速度 ε 为

$$\varepsilon = \dot{\omega} = -2 \frac{\mu}{r_s^3} \cdot e \sin f \quad (7.6)$$

将式(7.3)-(7.6)代入式(7.1)可得双曲线轨道上航天器间相对运动的微分方程

$$\begin{cases} \ddot{x} - \dot{\omega}y - 2\omega\dot{y} - \omega^2x = \frac{\mu}{r_s^2} - \frac{\mu(r_s + x)}{\left[(r_s + x)^2 + y^2 + z^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{y} + \dot{\omega}x + 2\omega\dot{x} - \omega^2y = -\frac{\mu y}{\left[(r_s + x)^2 + y^2 + z^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{z} = -\frac{\mu z}{\left[(r_s + x)^2 + y^2 + z^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \end{cases} \quad (7.7)$$

在式(7.7)推导过程中未做任何假设，因此不仅适合双曲线轨道上的相对运动，也可用于描述抛物线或椭圆轨道上集群航天器的相对运动。

7.3.2 双曲线悬停轨道构形保持方法

1. 双曲线悬停轨道概述

“悬停轨道”是指在连续推力作用下，伴随卫星相对于参考卫星在一段时间内相对位置保持不变的轨道。由于相对静止的特点，“悬停轨道”在空间操作任务中具有广阔的应用前景^{[155]~[159]}。目前针对悬停轨道的研究，大都是在参考卫星为圆轨道的前提下展开的。文献[156]、[157]研究了相对圆轨道参考卫星在径向的正上方或正下方实现悬停的方法。文献[159]拓宽了悬停的概念，利用几何方法研究了相对圆轨道参考卫星在任意位置实现悬停的一般方法。文献[160]应用 Hill 方程对圆参考轨道上悬停伴飞的初始化及构形维持控制方法进行了研究。文献[161]研究了椭圆参考轨道的悬停设计方法，不仅包含了圆轨道的情况，还可以实现对诸如“Molniya”等大椭圆卫星的悬停，相比圆参考轨道具有更广泛的应用。

探测器或飞船进入月球或行星影响球后，其相对于中心天体的飞行轨迹近似为双曲线。双曲线轨道不是周期轨道，因此无法设计类似于空间圆的仅靠自然力维持的周期性集群构形，但可以考虑通过合适的人为控制，实现非周期性的特殊

构形，悬停轨道便是其中的一种典型构形。双曲线悬停轨道有其独特的应用价值，以月球为例，在近旁飞越或进入环月轨道之前的双曲线飞行过程中，“前-后”悬停轨道构形因两颗探测器（也可为多颗，本节以两颗为例）不但能够形成较长的测量基线，而且具有相同的月心距，可以利用 InSAR 实现良好的干涉测量效果，在获取高精度月面地形地貌上具有单颗探测器或一般构形的集群无法比拟的效果；“上-下”悬停轨道构形则因两颗探测器具有相同的经纬度和不同的月心距，在测量高精度月球引力场模型上具有良好的效果。除月球外，对于行星探测上述应用价值依然存在。目前尚没有双曲线悬停轨道的公开研究文献。

2. 悬停轨道设计原理^[161]

根据悬停的定义可知，伴随卫星在参考卫星轨道坐标系中的相对速度以及相对加速度均为零，即

$$\mathbf{v}_r = 0, \quad \mathbf{a}_r = 0 \quad (7.8)$$

将式(7.8)代入式(7.1)可得

$$\ddot{\mathbf{r}}_c = \ddot{\mathbf{r}}_s + \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (7.9)$$

其中， $\boldsymbol{\omega}$ 为参考星轨道坐标系的转动角速度， $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为参考星轨道坐标系的转动角加速度。设参考星和伴随星的重力加速度矢量分别为 \mathbf{g}_s 、 \mathbf{g}_c ，在参考星轨道坐标系内可表示为

$$\mathbf{g}_s = (-g_s \quad 0 \quad 0)^T \quad (7.10)$$

$$\mathbf{g}_c = -\frac{g_c}{r_c} (r_s + x \quad y \quad z)^T \quad (7.11)$$

记参考星与伴随星的重力加速度矢量差为 $\Delta\mathbf{g}$ ，即 $\Delta\mathbf{g} = \mathbf{g}_s - \mathbf{g}_c$ 。则有

$$\ddot{\mathbf{r}}_c = \mathbf{g}_c + \Delta\mathbf{g} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (7.12)$$

则维持悬停构形需要的持续控制加速度 $\mathbf{a}_{control}$ ，可写为

$$\mathbf{a}_{control} = \Delta\mathbf{g} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (7.13)$$

根据卫星轨道理论可知 $g_s = \mu/r_s^2$ ， $g_c = \mu/r_c^2$ ，其中 μ 为地球引力常数。则有

$$\Delta\mathbf{g} = \left(\frac{\mu}{r_c^3} (r_s + x) - \frac{\mu}{r_s^2}, \quad \frac{\mu}{r_c^3} y, \quad \frac{\mu}{r_c^3} z \right)^T \quad (7.14)$$

伴随星轨道半径可表示为 $r_c = \sqrt{(r_s + x)^2 + y^2 + z^2}$ ，当编队距离相对参考星轨道半径为小量时，近似有

$$r_c \approx r_s + x \quad (7.15)$$

将式(7.15)代入式(7.14)，并进一步简化可得控制加速度 $\mathbf{a}_{control}$

$$\mathbf{a}_{control} = \frac{\mu}{r_s^3} \begin{pmatrix} -2x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} - \omega^2 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

3. 双曲线悬停轨道构形保持速度增量计算方法

将式(7.5)、(7.6)代入式(7.16), 可得控制加速度 $\mathbf{a}_{control}$ 的表达式为

$$\mathbf{a}_{control} = \frac{\mu}{r_s^3} \begin{pmatrix} -(3+e\cos f)x + 2ye\sin f \\ -2xe\sin f - ye\cos f \\ z \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

则一段时间 T 内, 维持悬停构形需要的速度增量 Δv_T 可表示为

$$\Delta v_T = \int_0^T |\mathbf{a}_{control}| dt \quad (7.18)$$

以 Leading-Following 构形 (即前面所述的“前-后”悬停构形) 为例, 有

$$\mathbf{r} = (0 \quad y \quad 0)^T \quad (7.19)$$

将式(7.19)代入式(7.17)可得

$$\mathbf{a}_{control} = \frac{\mu}{r_s^3} \begin{pmatrix} 2ye\sin f \\ -ye\cos f \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.20)$$

根据式(7.5)可得

$$dt = \sqrt{\frac{p^3}{\mu}} \cdot \frac{df}{(1+e\cos f)^2} \quad (7.21)$$

将式(7.21)、(7.20)代入式(7.18)可得

$$\Delta v_{Tx} = 2y \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} \int_{-f_\infty}^{f_\infty} |e\sin f (1+e\cos f)| df \quad (7.22)$$

$$\Delta v_{Ty} = y \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} \int_{-f_\infty}^{f_\infty} |e\cos f (1+e\cos f)| df \quad (7.23)$$

其中, f_∞ 表示航天器趋于无穷远处的真近点角, p 为真近点角。

根据双曲线的定义可知,

$$\cos f > -\frac{1}{e} \quad (7.24)$$

即

$$f_\infty = \pi - \cos^{-1} \frac{1}{e} \quad (7.25)$$

将式(7.25)代入式(7.22)可得维持悬停构形从无穷远经近拱点到无穷远所需速度增量

$$\Delta v_{Tx} = 2y \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} (e^2 + 2e + 1) \quad (7.26)$$

$$\Delta v_{Ty} = y \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} (e^2 f_\infty + \sqrt{e^2 - 1}) \quad (7.27)$$

计算表明, 对于近月点高度 200km, 月心偏心率 $e=1.5$ 的参考星双曲线轨道, 维持伴随星位于参考星前方 1km 的 Leading-Following 悬停构形, 从无穷远经近月点飞至无穷远所需速度增量为

$$\Delta v_{Tx} = 10.3m/s, \quad \Delta v_{Ty} = 5.2m/s \quad (7.28)$$

图 7.4 给出了整个悬停过程中控制加速度曲线的变化情况。由图中可以看出, 径向方向的控制加速度在近月点为零, 切向控制加速度此时达到最大值。

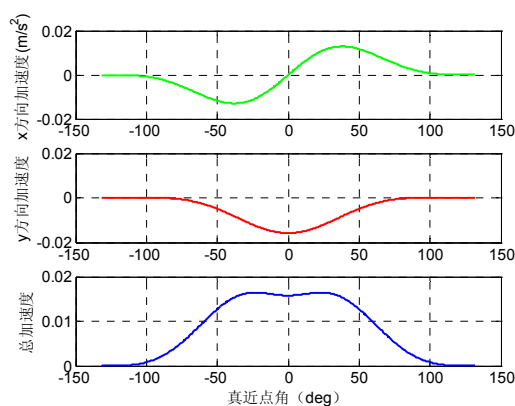


图7.4 控制加速度变化曲线

7.4 地月空间无控集群构形演变分析

本节中将分析在不同约束下, 地月转移轨道上的双航天器集群的构形变化情况。约束类型包括参考航天器和伴随航天器初始真近点角微差约束与椭圆轨道上的水平圆构形约束, 通过计算实例初步分析特定情况下的构形演变规律, 以及地月空间集群飞行轨道方案的可行性。

7.4.1 初始真近点角微差约束下的集群构形演变

选择3.3.2.2节中的载人登月飞船初步轨道算例作为本小节中的参考航天器轨道, 假设参考航天器在地月转移轨道近地点入轨, TLI时刻认为是初始时刻, 协调世界时2024年12月3日17:58:58.87, 近月点高度为103km, 地月转移轨道飞行时间66.1小时。表7.1给出了参考航天器TLI时刻在地心天球坐标系中的轨道根数。

表 7.1 参考航天器初始状态参数

a (km)	e	i ($^\circ$)	ω ($^\circ$)	Ω ($^\circ$)	f ($^\circ$)
284645.540	0.9768906	28.5000	146.37821	0.615525	0.00

在同一时刻, 令伴随航天器除真近点角 f 外的其他轨道根数与参考航天器完全

相同，真近点角取为

$$f = 0.10^\circ \quad (7.29)$$

参考航天器与伴随航天器的轨道计算中均采用二体拼接模型，日月位置的计算均采用查行星/月球历表DE405获取。在此模型下对轨道计算至近月点，实行近月制动使航天器进入绕月圆轨道并在此轨道绕行三周，得到地月转移轨道与绕月轨道飞行过程中伴随航天器与参考航天器的间距变化，如图7.5所示。

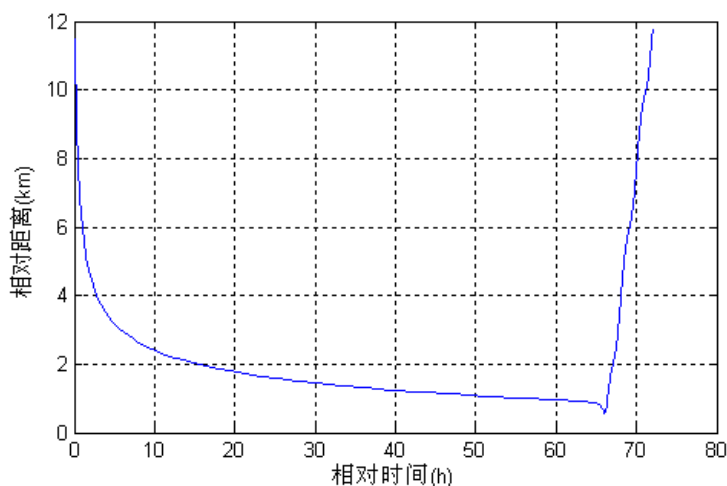


图7.5 初始状态差约束的航天器间距变化

由图 7.5 可知，两个航天器 TLI 时刻的初始间距约 11.5km，在飞往近月点的过程中不断靠近，距离变化速度先急后缓，到达近月点时二者间距已经缩短至不足 0.6km。进入绕月轨道后，两航天器间距开始以相对较快的速度增加，变化速度约为每个周期增加 3.7km，至分析时段结束时两航天器间距为 11.8km。

伴随航天器相对参考航天器的运动轨迹在地心天球坐标系中的投影如图 7.6 所示。可以从图中看出分析的两个航天器在惯性系中的相对运动轨迹类似以参考星为中心的螺旋线。由于选择的参考航天器地月转移轨道与环月轨道均未偏离地月平面很远，而且伴随航天器仅真近点角与参考航天器有差别，因此其惯性系中的相对运动轨迹几乎在一个平面内。图 7.7 中还给出了伴随航天器在参考航天器轨道坐标系中的运动轨迹。

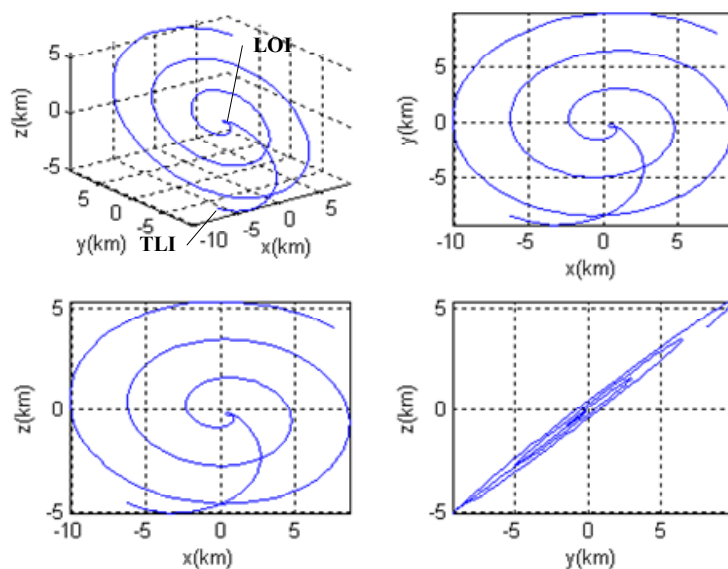


图7.6 地心天球坐标系中航天器相对运动轨迹

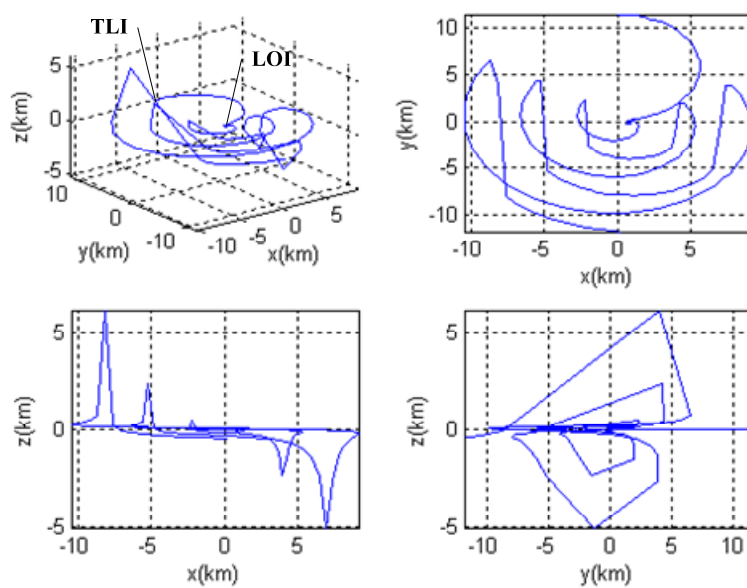


图7.7 参考航天器轨道坐标系中伴随航天器运动轨迹

从本算例可知，在双二体假设与初始真近点角微差约束下，在地月转移轨道和绕月轨道上飞行的双航天器无控集群尽管不能保持固定构形，但构形并不呈现持续发散的趋势，能够形成长度变化相对稳定的集群基线，集群构形的变化并不剧烈，在实际应用中具有一定价值。

7.4.2 椭圆轨道水平圆构形约束下的集群构形演变

水平圆是一种典型的卫星集群构形，指环绕卫星相对参考卫星的运动轨迹在

当地水平面内的投影为圆的周期性绕飞结构，这种构形在对地观测中具有较好的特性。传统的水平圆构形是以参考轨道是圆形轨道为前提设计出的，文献[139]中提出一种在二体假设下，针对参考轨道为椭圆的水平圆集群设计方法。依据该方法和双二体假设，这里给出一个地心大椭圆参考轨道下的水平圆集群，并分析其进入月球影响球后在月球引力作用下集群构形的变化情况。

图 7.8 描绘了轨道构形示意图，其中的坐标表示在参考星轨道坐标系下。

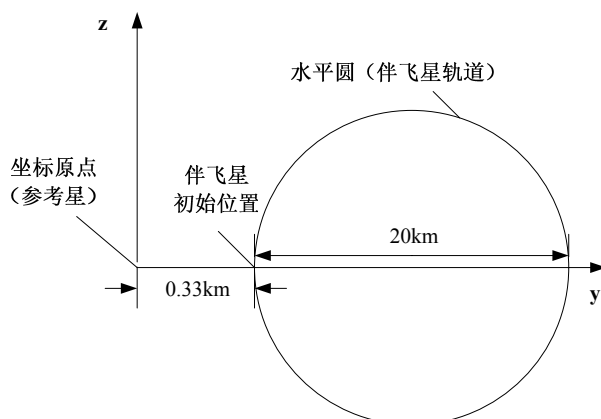


图 7.8 水平圆集群构形示意

参考航天器与伴飞航天器的初始轨道根数见表 7.2、表 7.3，两航天器轨道初始历元，即参考航天器近地点时刻为世界时 2013 年 8 月 21 日 06:20:00.00。

表 7.2 参考航天器的初始轨道根数

a (km)	e	i ($^{\circ}$)	ω ($^{\circ}$)	Ω ($^{\circ}$)	f ($^{\circ}$)
205544.00000	0.96800	28.50000	219.40000	14.10000	0.00000

表 7.3 伴飞航天器的初始轨道根数

a (km)	e	i ($^{\circ}$)	ω ($^{\circ}$)	Ω ($^{\circ}$)	f ($^{\circ}$)
205544.00000	0.96800	28.49141	219.41586	14.08522	0.00000

此后两颗航天器在地球中心引力作用下（二体问题）按照水平圆的构形飞行至月球影响球边界，然后在月球中心引力作用下到达并飞越近月点，再次到达影响球边界时停止分析。图7.9反映了整个飞行过程中伴飞星相对于参考星的方位角、仰角以及距离的变化。

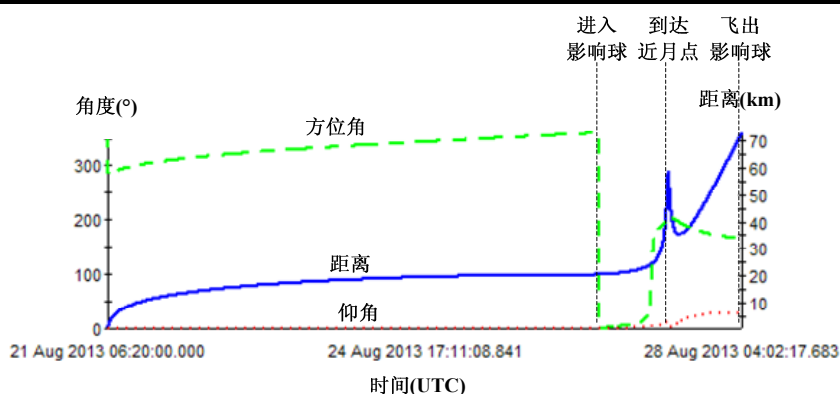


图 7.9 水平圆约束下飞行过程中相对参数变化

从图7.9中可以看出，在进入月球影响球之前，在地心引力下集群呈现水平圆构形，除方位角在初始时刻过后有一个迅速变化外，三个参数变化平缓，距离在0~20.33km之间递增；而因为是水平圆构形，仰角几乎一直维持0°。进入影响球后由于相对运动完成了半个周期，方位角跳变至0°，到达近月点前递增至205°；仰角变化依然缓慢但已不再保持在水平面内，在到达近月点前达到极大值11°，到达近月点时降至约8°；距离在近月点附近变化比较剧烈，近月点时刻达到极大值59km。飞越近月点至飞出影响球过程中，方位角基本呈现平缓递减态势，降低至166°；仰角在飞越近月点后的约半小时内依然保持了下降的趋势，经过2°这个极小值点后转而递增，飞出影响球时达到28°；距离同样经历了先减小后增加的过程，经过约3小时后降至极小值35km，之后增加至最大值73km。

根据这一分析我们可以得到结论：在简化的地月空间引力模型下，针对地月转移轨道，可以设计地心段保持良好构形的水平圆集群，进入月球引力范围后，集群形状有所变化，不再维持水平圆构形，但距离上没有明显发散，依然可以维持一定长度的集群基线。

7.5 本章小结

本章首先概述了集群飞行的特点，然后论述了地月空间集群飞行轨道研究的意义与方案，接下来初步研究了双曲线轨道上的航天器相对运动，最后分析了地月空间无控集群构形的演变规律。主要工作与结论如下：

- 1) 对集群航天器系统进行了概述，论述了集群飞行与卫星星座、编队等分布式空间系统的区别。
- 2) 论述了地月空间集群飞行的意义，尤其是相应轨道构形与相对运动方面研究的理论价值与应用价值，给出了深入研究的研究方案。
- 3) 推导了双曲线轨道上航天器间的相对运动微分方程，研究了双曲线悬停轨

道设计原理与构形保持控制方法，以月心双曲线轨道为例计算了保持 Leading-Following 悬停构形所需速度增量与控制加速度。

- 4) 分析了两种特定约束下的地月空间无控集群的构形演变规律，得到以下结论：
- a) 在双二体假设与初始真近点角微差约束下，在地月转移轨道和绕月轨道上飞行的双航天器无控集群，能够形成长度比较稳定的集群基线，集群构形的变化比较平缓。
 - b) 在双二体引力模型下，针对地月转移轨道，可以设计地心段保持良好构形的水平圆集群，进入月球引力范围后，集群构形不再维持水平圆，但距离上没有明显发散，依然可以维持一定长度的集群基线。

第八章 总结与展望

载人登月工程在开发月球资源、发展空间技术、促进教学科研、刺激经济建设、提升国家地位、扩大政治影响以及增强国民信心等层面均有着重大意义。轨道分析与设计在载人登月概念研究与总体设计中具有基础性作用。我国的无人探月工程已经获得初步成功，但由于载人登月与无人探月的任务轨道在诸多方面存在差异，因此不能完全采用无人探月工程的轨道设计方法。目前国内载人登月轨道设计方面的公开研究并不多见，在上述背景下，本文对载人登月轨道设计方面的相关问题进行了比较系统与深入的研究。本章对全文研究工作进行总结，并提出下一步的研究计划。

8.1 主要工作与结论

论文对载人登月任务背景下的轨道设计及相关的发射窗口与测控保障等问题进行了研究。首先研究了地月系的特征及其对轨道设计的影响；然后分别针对载人登月任务的地月转移轨道、月地转移轨道、自由返回轨道与 Hybrid 轨道开展了轨道建模、分析、设计与发射窗口计算等研究，在此基础上研究了载人登月陆基测控站布局方案；最后初步研究了航天器在地月空间中的集群飞行问题。论文的主要工作和结论总结如下：

1. 分析了地月系统的运动与引力特征及其对轨道设计的影响。在分析月球公转与自转运动的基础上，分别提出了月食发生时刻与经度天平动幅度的简化计算方法。然后重点分析了小天体引力范围的不同定义方法对轨道计算精度的影响，结论是：

a. 第一种引力范围下的二体拼接轨道精度最差，基于希尔范围与影响球的拼接轨道精度相当；

b. 与标称轨道相比，任何一种引力范围下的拼接轨道误差均较大；

c. 在初步设计与特性分析时，拼接点选择在何种引力范围边界上影响并不显著。

2. 研究了软着月任务的发射窗口计算与地月转移轨道设计问题。提出了一种改进的地月转移轨道计算模型，改进模型将月球状态信息直接融入解析模型中，经计算对比证明在模型复杂度没有明显变化的前提下提高了模型计算精度。针对无人软着月探测和载人登月两种典型任务，综合考虑多种约束，设计了软着月任务发射窗口计算的一般步骤，给出了各特征点窗口计算方法。针对上述两种任务，分别给出了不同的地月转移轨道设计流程，在获得任务发射窗口后，给出了轨道

初步设计与精确设计的算例。

3. 研究了月地转移轨道的模型、性质与设计方法。在三维空间中建立了月地转移轨道的数学模型,使用该模型可以快速计算月地转移轨道,为大量轨道计算提供了可能。在使用该模型对月地转移轨道全面计算的基础上,得到部分结论:

- a.地心顺行月地转移轨道更适宜载人登月任务;
- b.轨道出口点集中在月球影响球的东半球,分布区域类似椭圆形;
- c.无人货运飞船轨道设计初值可选择出口点在东经 80° ,载人登月飞船轨道设计初值可选择出口点在东经 40° ;
- d.月心倾角在 180° 附近可以缩短月地转移飞行时间。

在这些分析基础上给出自变量对轨道参数的影响程度总表,可为调整轨道设计参数提供参考。最后给出多约束条件下载人飞船与货运飞船的月地转移轨道设计流程和算例。

4. 研究了自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计方法。对自由返回轨道与 Hybrid 轨道进行了概述与定性分析,提出了满足一定约束的自由返回轨道详细设计方法,计算获得的精确算例可作为载人登月任务标称轨道。分析了 Hybrid 轨道的飞行程序,在上述自由返回轨道标称轨道基础上设计了一个典型的 Hybrid 轨道飞行算例。

5. 提出在极区建设深空测控站的设想,分析了不同深空站布局方案对载人登月任务的测控情况。完成对深空目标测控的几何建模与分析,分别对境内双站、境内单站南美单站、境内单站南极单站等三种陆基深空站布局方案对月球任务的测控支持情况进行了分析与对比,主要结论如下:

- a.境内双站方案测控效果不理想;
- b.境内单站南美单站方案测控效果较好,但仍存在一定测控覆盖盲区;
- c.结合适当轨道设计,极区单站方案可以实现对任务的几乎 100%测控覆盖,但工程实施难度很大。

6. 提出地月空间集群飞行方案,并对双曲线轨道上的航天器相对运动与地月空间集群轨道构形问题进行初步研究。论述了集群飞行与卫星星座、编队等分布式空间系统的区别,首次提出将集群飞行这一概念应用到地月空间,对这一概念的理论与应用价值进行了阐述,并给出了下一步研究的细化方案。推导了双曲线轨道上航天器间的相对运动微分方程,研究了双曲线悬停轨道设计原理与构形保持控制方法。分析了地月空间中运动的无控航天器集群的构形演变规律,算例表明特定约束下的航天器集群在地月空间飞行过程中可以保持平缓变化的集群构形,形成长度相对稳定的集群基线。

8.2 论文创新点

论文的创新点主要体现在以下几个方面:

1. 设计了软着月任务发射窗口计算与轨道设计的一般步骤

针对软着月任务的多约束情况,建立了一套较完整的窗口计算与轨道设计方法。该方法建立在前期对探月轨道大量计算的基础上,其优点是考虑了该类型轨道的特性,仅需已知着月月份与约束条件,无需进行轨道计算即可快速确定发射窗口;在该窗口中选择一个发射时刻后,查询月球历表并简单计算即可得到轨道根数初值,在此基础上搜索计算精确轨道收敛速度很快。

2. 建立了月地转移轨道的快速计算模型

在三维空间中建立了月地转移轨道的数学模型,采用该模型无需积分与迭代计算,在主频2.9GHz微机上仅需 $3 \times 10^{-4} s$ 便可计算得到一条月地转移轨道,为大量轨道计算提供了可能。在使用该模型对月地转移轨道全面计算的基础上,得到了轨道的一些重要性质,基于此提出了多约束条件下载人登月飞船与货运飞船的月地转移轨道设计方法。

3. 研究了自由返回轨道与Hybrid轨道设计方法

采用分段受摄的高精度动力学模型,设计了搜索变量、约束条件与微分修正搜索算法,提出了满足一定约束的自由返回轨道详细设计方法,计算获得的精确算例可作为载人登月任务标称轨道。分析了Hybrid轨道的原理、特性与飞行程序,在自由返回轨道标称轨道基础上设计了典型的Hybrid轨道实例。

4. 提出了在极区建设深空测控站的方案

建立了单深空测控站对深空目标测控的几何模型,重点分析了地球两极地区深空站的测控原理与效果。分析表明深空站的跟踪区间与航路捷径没有必然联系,而是测站纬度、目标赤纬与目标距离的多元函数。计算表明,极区深空站具有传统位置深空站无法比拟的优势——结合适当轨道设计,单极区站可以实现对月球或行星探测任务几乎100%的测控覆盖。

5. 提出了地月空间集群飞行方案

提出将集群飞行这一概念应用到地月空间,对其理论与应用价值进行了论述,并给出了下一步研究的细化方案。推导了双曲线轨道上航天器间的相对运动微分方程,研究了双曲线悬停轨道设计原理与构形保持控制方法,分析了地月空间中运动的无控航天器集群的构形演变规律。

8.3 研究展望

载人登月是复杂的系统工程，其轨道设计并不仅是单纯的理论问题，而且受到诸多工程因素的制约。论文对载人登月轨道相关方面问题的研究虽然取得了部分成果，但由于作者知识结构与论文研究时间上的限制，尚有许多不足之处和没有涉及到的技术问题，这些均有待下一步的深入研究。

1. 载人登月任务从地面发射至着陆回收全过程的轨道设计与发射窗口计算

在实际的载人登月工程中，飞船将先后经历发射入轨—地球停泊—地月转移—环月轨道—动力下降—月面探测—月面上升—环月轨道—月地转移—地球再入等 10 个任务阶段，本文研究中虽对每一阶段均有涉及，但由于载人登月任务目前仅处于概念研究阶段，加上院校环境的制约，使得很多工程参数与工程具体约束无法获得，因此难以完成满足任务全程约束的一体化轨道设计与发射窗口计算工作。

2. Hybrid 轨道的进一步研究

由于时间关系，本文对 Hybrid 轨道的研究并不深入，仅给出了其原理、简要特性、飞行程序与一个设计实例。下一步还需对 Hybrid 轨道特性进行深入分析，对其设计方法进行优化，对其非自由返回轨道部分出现故障后的中止返回轨道进行研究。

3. 天基测控设备对月球与行星探测任务的测控分析

天基深空测控包括多种实现途径，例如利用地球静止轨道卫星中继，延长地面站对深空目标的可见时间；或者利用地月系平动点附近的卫星中继，实现对月球背面、月球南极或其他深空目标的测控；又或者通过发射地球轨道上的天基测控设备联合地面测控设备实现空间 VLBI 干涉测量等。这些都是值得进一步研究的问题。

4. 地月空间集群飞行的轨道构形变化机理深入研究

本文初步研究了双曲线轨道上的航天器相对运动与地月空间无控集群的构形变化特例，对地月空间集群飞行的轨道构形变化未进行系统研究。下一步研究的重点是二体拼接假设下月球引力范围边界航天器相对运动状态的转换，以及考虑摄动影响后的地月空间集群构形变化规律和构形保持方法。

致 谢

光阴荏苒，在严肃而美丽的科大校园里，我度过了自己无比珍贵的十一年青春时光。回想起一路走过的艰辛而不乏欢乐的求学历程，脑海里涌现出的是一片片关怀、一句句教诲、一个个笑脸和一丝丝暖流，那是曾经关怀过我的领导、指导过我的老师、帮助过我的同学和默默支持我的亲人。想起他们，我心中充满感激之情。

首先感谢我的导师陈小前教授。陈老师前沿的治学思想、国际化的学术视野、勤奋务实的工作作风无时无刻不在影响着我，他胸怀宽广、为人谦和，让我领悟了“学高为师、身正为范”的真谛。过人的胆识、乐观的态度和洒脱的气质充分展示了陈老师的人格魅力，使我对恩师尊敬之外更有崇拜之情。在我人生最困难的时候，陈老师给了我家人一般的温暖；在我论文工作迷茫的时候，陈老师为我指明了研究方向；在我不知未来去向何处的时候，陈老师为我照亮了前方的道路。知遇之恩，教诲之恩，再造之恩，我将一辈子铭记在心。

真诚感谢郗晓宁教授多年来对我的帮助和指导。郗老师执着的精神、进取的态度、严谨的作风和敏锐的洞察力令我的学习科研工作受益匪浅。从本科毕业设计开始，郗老师便为我选择了一个既有理论价值，又有工程背景的研究方向，从那时起我的本科、硕士、博士阶段的工作一直围绕着这条主线。其间郗老师给予了我大量指导与帮助，为论文工作的开展打下了良好的基础，论文中许多内容凝聚了她的思想。在此我郑重的表达感激之情：“谢谢您，郗老师！”

衷心感谢闫野教授的关心与帮助。闫老师在百忙之中抽出时间，不仅为我的论文工作提出建议，还在学习和生活很多方面为我提供了巨大的帮助。

诚挚感谢赵勇副教授一直以来对我工作、生活上的照顾以及对论文提出的指导意见。赵老师为人正直、待人宽厚、工作勤奋、处事严谨，已经成为我工作和生活上的榜样。

感谢高玉东博士为论文撰写提供的重要素材与修改意见。感谢王功波博士为论文研究提供的具有创新性的思想，以及为论文的部分公式推导工作付出的不懈努力。感谢杨涛博士、黄利亚博士在论文研究和撰写过程中给予的关心和帮助。

感谢课题组的侯中喜教授、黄奕勇副教授、罗文彩副教授、郭健副教授、郭正副教授、陈利虎老师、绳涛老师、宋新老师、杨磊老师、李子容老师等给予的工作上的帮助和生活上的照顾。

感谢课题组的郭忠全、杨维维、陈小庆、李京浩、姚雯、欧阳琦、刘建霞、陈勇、魏月兴等博士与曹璐、傅娟、韩伟、张翔、郝东、何思捷、刘鹏飞等硕士，

在论文撰写、修改与校对过程中，他们提出了许多宝贵的意见。

感谢课题组中其他的师弟师妹们，他们是赵伟、高显忠、朱雄峰、张俊韬、陈小昆、刘常青、王波、文正航、单上求等，与他们一起相处的日子令人愉快，从他们那里我不仅学到专业知识，而且学习到很多优秀的品质。

感谢学校对我的教育和培养。感谢学院、系所、教研室、学员队各级领导为我们提供了宽松的学习环境和舒适的生活条件。

最后，特别感谢我的父母和姐姐，以及我的妻子王向英工程师，他们的爱是我前进的不竭动力。

参考文献

- [1] 盛英华, 张晓东, 梁建军等. 载人登月飞行模式研究[J]. 宇航学报. 2009,30(1):1-7.
- [2] 韩鸿硕, 蒋宇平. 各国登月计划及载人登月的目的与可行性简析(上)[J]. 中国航天, 2008(9):30-33
- [3] Orloff R W. Apollo by the Numbers: A Statistical Reference [M], NASA SP-2000-4029, 2000.
- [4] 龙乐豪. 我国载人登月技术途径探讨[J]. 前沿科学. 2008, 2(8):29-38
- [5] 郗晓宁, 曾国强, 任萱等. 月球探测器轨道设计 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.5
- [6] 温谷. 意义深远的阿波罗载人登月工程-纪念首次载人登月 40 周年[J], 国际太空, 2009(8):27-30
- [7] <http://tech.sina.com.cn/d/2010-08-18/18594560484.shtml>
- [8] http://www.gov.cn/jrzg/2010-09/03/content_1695265.htm
- [9] 韩鸿硕, 蒋宇平. 各国登月计划及载人登月的目的与可行性简析(下)[J]. 中国航天, 2008(11):41-44
- [10] Bate, Mueller and White. Fundamentals of Astrodynamics, pp. 322, Dover Publications, New York, 1971.
- [11] 张小平. 丁丰年, 马杰 我国载人登月重型运载火箭动力系统探讨 火箭推进. 2009,35(2):1-6
- [12] 彭祺攀 基于空间站支持的载人登月方案研究[D] 国防科学技术大学 (硕士论文), 2007
- [13] 曾国强. 月球探测器轨道动力学和制导方法研究 [D]. 长沙: 国防科技大学 (博士论文).
- [14] 林胜勇, 李珠基, 和兴锁. 月球探测器转移轨道特性 [J]. 导弹与航天运载技术, 2004, (3):1-7.
- [15] 周文艳, 杨维廉. 月球探测器转移轨道的特性分析 [J]. 空间科学学报, 2004,24 (5): 354-359.
- [16] 周文艳, 杨维廉. 月球探测器转移轨道的中途修正 [J]. 宇航学报, 2004 年 1 月, 25 (1).
- [17] 陈健祥. 向月球飞行轨道的若干特性研究. 空间科学学报, 1997, 17(1):90-96
- [18] 胡小工, 黄城. 登月飞行轨道的摄动模型. 上海天文台台刊, 上海: 上海天文台, 1997
- [19] 谷立祥, 刘竹生. 相位环地月转移轨道研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2002,

- (3): 5-12
- [20] 任萱. 航天器轨道动力学讲义. 长沙: 国防科技大学出版社, 2001
- [21] 易照华. 天体力学基础. 南京: 南京大学出版社, 1993
- [22] 易照华, 朱耀鑫. 击中月球火箭的月面击中点分布问题. 南京大学学报. 南京: 南京大学, 1964, 8(4): 481~492
- [23] 刘林 刘世元 王彦荣关于大行星 (或月球) 轨道器的冻结轨道 飞行器测控学报 2003, 22 (2): 19-24
- [24] G. W. Hill. Researches in the Lunar Theory. American Journal of Mathematics[J], 1878, 1(1).
- [25] Robert H. Tolson. Geometrical Characteristics of Lunar Orbits Established from Earth-Moon Trajectories. NASA TN D-1780, 1963
- [26] 曾国强, 任萱, 郗晓宁. 快速设计月球卫星转移轨道的一种代数法[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22 (2): 1-6.
- [27] 郗晓宁. 月球探测器轨道动力学与设计. 中科院上海天文台博士论文, 上海: 上海天文台, 2000
- [28] 郗晓宁, 朱文耀. 探测器垂直击中月球的轨道设计. 空间科学学报, 北京: 科学出版社, 1998, 18(2): 161~167
- [29] 郗晓宁, 王海丽, 肖齐英. 多约束条件下探测器击中月球的轨道设计. 中国空间科学技术, 1997, 17 (2): 54-60
- [30] 郗晓宁, 王威. 近地航天器轨道力学基础[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2003.3.
- [31] 刘磊, 郗晓宁. 多约束条件下的地月转移轨道设计 [J], 宇航学报, 2008.3.
- [32] 高玉东, 郗晓宁, 王威. 地月空间飞行轨道分层搜索设计 [J]. 宇航学报, 2006, 27(6).
- [33] 林晓辉, 孙兆伟, 杨涤. 地月转移轨道的快速设计方法研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(2): 234-237
- [34] 李立涛, 杨涤, 崔祜涛. 奔月轨道的一种求解方法[J]. 宇航学报, 2003, 24(2): 150-155
- [35] 谷立祥, 刘竹生. 使用遗传算法和 B 平面参数进行月球探测器地月转移轨道设计[J]. 导弹与航天运载技术, 2003, (3): 1-5
- [36] Min-Kun J. Chung, Stacy S. Weinstein. Trajectory Design of Lunar South Pole-Aitken Basin Sample Return Mission, AIAA 2004-4739 [C]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Providence, Rhode Island. 16-19 August 2004.
- [37] 何巍, 徐世杰. 地月低能转移轨道设计方法研究[J]. 宇航学报, 2006,

- 27(5):965-969.
- [38] 何巍. 基于限制性多体问题的地月转移轨道研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学 (博士论文), 2007.
- [39] 徐明, 徐世杰. 地-月系平动点及 Halo 轨道的应用研究[J]. 宇航学报, 2006,27 (4) :695-699
- [40] GONG Sheng-ping, BAOYIN He-xi,GAO Yun-feng. Lunar LandingTrajectory Design Based on Invariant Manifold [J]. Applied Mathematics andMechanics(English Edition), 2007, 28: 201-207.
- [41] Koon W S, Lo M W, Marsden J E, Ross S D. Constructing a Low Energy Transfer between Jovian Moons [J]. Contemporary Mathematics, 2000, 292 (1): 129-145.
- [42] Koon W S, Martin W, Lo M W, Marsden J E, Ross S D. Shoot the Moon [C]. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Florida: 63-73.2000,00-167.
- [43] Koon W S, Lo M W, Marsden J E, Ross S D. Low Energy Transfer to the Moon [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2001, 81: 63-73.
- [44] Edward A. Belbruno J P C. Calculation of Weak Stability Boundary BallisticLunar Transfer Trajectories [J]. AIAA 2000-4142.
- [45] K. C. Howell, D. L. Mains and B. T. Barden. Transfer Trajectories from Earth Parking Orbits to Sun-Earth Halo Orbits.
- [46] H.J.Pernicka, D.P.Scarberry.A search for low Δv Earth-to-Moon trajectories[J], AIAA-94-3772-CP: 530-537.
- [47] Howell K C, Mains D L, Barden B T. Transfer Trajectories from Earth Parking Orbits to Sun-Earth Halo Orbits [C]. Proceedings of the 4th AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting. Cocoa Beach,Florida: 399-422.1994.
- [48] Gina McCaine. Halo Orbit Design and Optimization [D]. Monterey,California: Naval Postgraduate School (Master of Science in Astronautical Engineering), March 2004.
- [49] Gomez G, Jorba A, Masdemont J J, Simo C. Study of the Transfer from the Earth to a Halo Orbit around the Equilibrium Point L1 [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1993, 56: 541-562.
- [50] 白玉铸. 月球探测器轨道特性分析 [D]. 长沙: 国防科技大学 (硕士论文),2005.
- [51] 白玉铸, 郗晓宁, 刘磊等. 月球探测器返回轨道特性分析[J].国防科技大学学报,2008,30(4):11-16
- [52] 高玉东, 郗晓宁等. 月球探测器返回轨道快速搜索设计 [J].宇航学报, 2008,3.
- [53] 高玉东. 月球探测器地月空间转移轨道研究 [D]. 国防科技大学 (博士论文),2008.

-
- [54] 汤锡生等. 载人飞船轨道确定和返回控制. 北京: 国防工业出版社, 2002
- [55] 王希季, 林华宝, 李颐黎. 航天器进入与返回技术(上). 北京: 宇航出版社. 1991
- [56] Anhorn W. Design of Fast Earth-return Trajectories from a lunar Base [D]. Naval Postgraduate School. 1991.
- [57] John L. Goodman Apollo 13 Guidance, Navigation, and Control Challenges[C] AIAA SPACE 2009 Conference & Exposition 14 - 17 September 2009, Pasadena, California
- [58] Christopher W.Brunner. Conceptual Design of a Communications Relay Satellite for a Lunar Sample Return Mission,AIAA 2005-344 [C]. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno,Nevada.10-13 January 2005.
- [59] Stephen A. Whitmore. Direct-Entry, Aerobraking,and Lifting Aerocapture for Human-Rated Lunar Return Vehicles,AIAA 2006-1033 [C]. 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno,Nevada.9-12 January 2006.
- [60] Mclean J D, Cicolani L S. Midcourse Guidance for Return from the Moon to a Geographically Fixed Landing Site [J]. NASA TN D-3318, July 1965: 1-39.
- [61] Ronald L. Berry. Launch window and translunar, lunar orbit, and transearth trajectory planning and control for the Apollo 11 lunar landing mission [C]. AIAA70-0024, AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting, New York, January 19-21, 1970
- [62] Apollo 7 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., October 6, 1968
- [63] Apollo 8 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., December 15, 1968
- [64] Apollo 9 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., February 23, 1969
- [65] Apollo 10 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., May 7, 1969
- [66] Apollo 11 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., July 6, 1969
- [67] Apollo 12 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., November 5, 1969
- [68] Apollo 13 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., April 2, 1970
- [69] Apollo 14 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., January 21, 1971
- [70] Apollo 15 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., July 15, 1971
-

-
- [71] Apollo 16 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., April 6, 1972
- [72] Apollo 17 Press Kit[R], National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., November 26, 1972
- [73] A. Miele, T. Wang, and S. Mancuso. Optimal Free-Return Trajectories for Moon Missions and Mars Missions. *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol.48, Nos. 2 and 3, April-September 2000, pp. 183-206
- [74] John T. Betts, Survey of Numerical Methods for Trajectories Optimization [J], *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.21, No.2, pp. 193-207, 1998
- [75] Caldwell S F., Mummert V S. Apollo Free Return Reentry Point Analysis Case 310[R], N79-71986. Bellcomm, Inc., 1966.
- [76] Cesar Ocampo, Shawn Hayes, Robert Twiggs. Single Injection Earth Return Trajectory Options for Small Spacecraft Missions to the Moon [C]. SSC01-III-3, 15th Annual/USU Conference on Small Satellites, Utah, August 2001
- [77] Babb G R. Translunar Abort Techniques for Non-Free-Return Missions[R], TM X-1806. Houston: Manned Spacecraft Center, 1969.
- [78] Babb G R. Translunar LM DSP Abort Techniques for Advanced Lunar Missions[R], MSC Internal note no.68-FM-189. Houston: Manned Spacecraft Center, 1968.
- [79] Hoekstra T B. The Abort Capabilities of the Apollo Spacecraft on the Translunar Trajectory[R], TM-68-2013-3. Bellcomm, Inc., June 25, 1968.
- [80] Foggatt C E. Manual Abort Maneuvers during the Translunar Coast Phase of a Lunar Mission[R], MSC Internal note no. 66-FM-134. Houston: Manned Spacecraft Center, November 21, 1966.
- [81] Merrick R B. On-board Calculations of a Two-impulse Abort to a Preselected Landing Site[R], NASA TN D-4599. Calif.: Ames Research Center, 1968.
- [82] Tartabini P V., Striepe S A., Powell R W. Abort Options for Potential Mars Missions[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1993, 31(4):543.
- [83] Stern R J. Preliminary Evaluation of SM/RCS Capability to Abort to Earth Entry from the Relaxed Free Return Profile[R], B70-09084. Bellcomm, Inc., September 30, 1970.
- [84] E. David Beksinski Jr. Abort Trajectories for Manned Lunar Missions [D]. University of Maryland, 2007
- [85] 陈海萍. 载人登月任务中止轨道特性分析[D]. 国防科技大学 (硕士论文), 2009
- [86] Liu Xinglong, Duan Guangren. Designs of Optimal Free-Return Orbit for Moon Landing [C]. International Conference on Robotics and Biomimetics, Sanya, China, December 15 -18, 2007
-

- [87] 陈永志, 曾国强. 双月球近旁转向探月初步分析 [J]. 飞行力学, 2005.3, 23 (1):86-89.
- [88] 曾国强, 郗晓宁, 任萱. 月球近旁转向技术研究. 宇航学报, 2000, 21(4): 107~110
- [89] 曾国强, 等. 借助月球引力发射地球静止卫星研究[J]. 空间科学学报, 2000, 20(2):177-184
- [90] 黄文德, 郗晓宁, 王威等. 基于双二体假设的载人登月自由返回轨道特性分析及设计[J]. 宇航学报, 2010, 31(5):1297-1303
- [91] 张磊, 于登云等. 绕月自由返回轨道的设计与分析[J]. 航天器工程, 2010, 19(2):128-135
- [92] 郗晓宁, 曾国强, 朱文耀. 从地面发射月球探测器的窗口问题 [J]. 天文学报, 2000, 41 (4): 361-372.
- [93] 郗晓宁, 高玉东. 大椭圆停泊轨道月球探测器发射窗口运动学约束特性分析及转移轨道快速设计方法, 国防科技大学学报, 2008.4.
- [94] 杨维廉, 周文艳. 月球探测器发射机会分析[J]. 中国空间科学技术, 2005, 20(2): 11-15
- [95] 张亚锋, 和兴锁, 方飞等. 约束条件下垂直着月窗口设计[J]. 上海航天, 2007, 1:48-51. [ZHANG Ya-feng, HE Xing-suo, FANG Fei. Window Design of Vertical Hitting Moon under Constrain Conditions[J]. AEROSPACE SHANGHAI, 2007, 1:48-51(in Chinese).]
- [96] 黄斌, 胡小工, 李鑫. 满足一定约束条件的登月飞行轨道的设计 [J]. 天文学报, 2001.5, 42 (2): 161-172.
- [97] 胡小工, 黄斌. 登月飞行轨道力学模型的选取 [J]. 中国科学院上海天文台年刊, 1997, 18: 84-88.
- [98] 胡小工, 黄斌. 满足约束条件的月球卫星飞行轨道的初步设计 [J]. 天文学进展, 2001.6, 19 (2): 289-294.
- [99] Ronald L. Berry. Launch window and translunar, lunar orbit, and transearth trajectory planning and control for the Apollo 11 lunar landing mission [C]. AIAA70-0024, AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting, New York, January 19-21, 1970
- [100] David Lozier, Ken Galal. Lunar Prospector Mission Design and Trajectory Support [J]. AAS, 98-323: 1-15.
- [101] Lynn A. Wagner. Lunar scout launch window[J], AIAA-94-3716-CP: 82-92.
- [102] <http://www.astronomy.com.cn/bbs/thread-35225-1-1.html>
- [103] <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%A4%A9%E7%A7%A4%E5%8B%95>
- [104] Solar System Exploration Division, Johnson Space Center. A Site Selection

-
- Strategy for a Lunar Outpost [R]. Conclusion of a workshop, August 13-14, 1990
- [105] Francisco J. Andolz,. Lunar Prospector Mission Handbook [R]. LMMS/P458481, Lockheed Martin Missiles & Space Co. Sunnyvale, April 10, 1998
- [106] 郝岩. 深空探测网 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [107] 于志坚. 航天测控系统工程 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008
- [108] 张乃通, 李晖, 张钦宇. 深空探测通信技术发展趋势及思考[J]. 宇航学报, 2007, 28(4): 786-793
- [109] 石书济. 深空探测与测控通信技术[J]. 电讯技术, 2001(02):1-4
- [110] 魏二虎, 刘经南, 黄劲松. 中国深空测控网建立方案的研究[J]. 武汉大学学报.信息科学版. 2005, 30(7):592-596
- [111] 王宏, 董光亮, 胡小工等. USB-VLBI 综合快速确定环月飞行器短弧轨道[J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(2): 100-103
- [112] 王家松, 陈建荣, 马鹏斌等. USB 与 VLBI 联合确定“探测一号”卫星轨道[J]. 飞行器测控学报, 2006, 25(1): 31-36
- [113] 黄勇, 胡小工, 黄斌等. 利用 VLBI 数据确定“探测一号”卫星的轨道[J]. 天文学报, 2006, 47(1): 82-92
- [114] 黄勇. “嫦娥一号”探月飞行器的轨道计算研究[D]. 中国科学院研究生院, 2006
- [115] 王威, 郝晓宁. GPS 用于月球探测器轨道近地段导航[J]. 国防科技大学学报.2001,23(2):1-6.
- [116] 刘迎春, 张飞鹏, 董晓军. 月球探测卫星的轨道支持[J]. 飞行器测控学报, 2003, 22(1): 54-58
- [117] QIAN Zhi-han, PING Jin-song. The Orbit Determination of the Chang'E-1Lunar Orbiter by VLBI [J]. SICE-ICASE International Joint Conference, 2006,10
- [118] Richard W. Malmström, Amy Lo, Nathan S. Brown, etc. Continuous Communications to the Moon's South Pole [C]. Space 2006 19-21 September 2006, San Jose, California
- [119] Kathryn Hamera, Todd Mosher, Mark Gefreh. An Evolvable Lunar Communication and Navigation Constellation Concept[C]. 1-4244-1488-1/08 ,2008 IEEE
- [120] Mackenzie R, Salvador D L, Milligan D. ORBIT DETERMINATION OF THE SMART-1 MISSION[C]. Proceedings of the 18 th International Symposium on Space Flight Dynamics(ESA SP2548) , 2004.
- [121] Beckman M, Concha M. Lunar Prospector Orbit Determination Results [J]. AIAA 98-4561
- [122] O.Brown , The Value Proposition for Fractionated Architectures,Space 2006,19 -
-

-
- 21 September 2006, San Jose, California, AIAA 2006-7506
- [123] O.Brown, Application of Value-Centric Design to Space Architectures:The Case of Fractionated Spacecraft, AIAA SPACE 2008 Conference & Exposition,9 - 11 September 2008, San Diego, California, AIAA 2008-7869
- [124] O.Brown, P.Eremenko. Fractionated Space Architectures: A Vision for Responsive Space.4th Responsive Space Conference, April,2006,Los Angeles, CA. RS4-2006-1002.
- [125] O.Brown. Cost-benefit Analysis of a Notional Fractionated SATCOM Architecture. 24th AIAA International Communications Satellite Systems Conference (ICSSC), June 2006,San Diego, California. AIAA 2006-5328.
- [126] O.Brown, Reducing Risk of Large Scale Space Systems Using a Modular Architecture, Space Systems Engineering & Risk Management Symposium, The Aerospace Corporation, Los Angeles, CA (2004)
- [127] O.Brown , System Lifecycle Cost Under Uncertainty as a Design Metric Encompassing the Value of Architectural Flexibility, AIAA Space 2007, Long Beach, CA (2007), AIAA-2007-6023
- [128] C.Mathieu, A.L.Weigel. Assessing the Flexibility Provided by Fractionated Spacecraft.Space 2005 Conference, Aug.2005,Long Beach,California.AIAA 2005-6700.
- [129] C.Mathieu, A.L.Weigel. Assessing the Fractionated Spacecraft Concept. Space 2006 Conference,Sept.2006,San Jose,California. AIAA 2006-7212.
- [130] C.Mathieu, Assessing the Fractionated Spacecraft Concept, Master Thesis, MIT (2006)
- [131] 尤政, 李滨, 董哲. 日地系统拉格朗日点航天器编队飞行现状与关键技术[J]. 中国航天, 2005(7):27-31
- [132] 尹军用, 高云峰. Halo 轨道上卫星编队构形研究. 清华大学航空航天学院第三届学术会议, 2006
- [133] 杏建军. 编队卫星周期性相对运动轨道设计与构形保持研究. 国防科学技术大学博士论文, 2007.
- [134] Xing, J.J., Tang, G.J., Xi, X.N.and Li, H.Y. Satellite Formation Design and Optimal Stationkeeping Considering Nonlinearity and Eccentricity. AIAA J. of Guidance, Control and Dynamics, 2007
- [135] 杏建军, 李海阳, 唐国金, 郗晓宁. 非线性条件下编队卫星周期性相对运动条件. 宇航学报, 2006, 27(3): 359-362.
- [136] 杏建军,唐国金,郗晓宁,张翼,李海阳. 椭圆参考轨道编队卫星非线性周期性相对运动条件. 清华大学学报(自然科学版), 2006, 46(8): 1462-1465.
-

-
- [137] Xing, J.J., Tang, G.J. and Li, H.Y. New Method of the Analytic Periodic Solution For Spacecraft Formation in Elliptical Orbits. 57th International Astronautical Congress, 2006, Spain.
- [138] 杏建军, 李海阳, 唐国金, 郗晓宁. 利用数值优化技术设计周期性绕飞的编队轨道.国防科技大学学报, 2006, 28(1): 13-16.
- [139] 李海阳, 杏建军, 唐国金, 程文科. 椭圆参考轨道水平圆构形编队设计与演化. 宇航学报, 2008, 29(3): 817-820
- [140] 刘林等. 关于星座小卫星的编队飞行问题[J]. 天文学报,2004,45(1):12-15
- [141] K.T. Alfriend, H. Schaub, D.-W. Gim. Gravitational Perturbations, Nonlinearity and Circular Orbit Assumption Effects on Formation Flying Control Strategies [A]. In. 23rd Annual AAS Guidance and Control Conference [C]. Breckenridge, CO, 2000. 139-158
- [142] F.C. David. Satellite Clusters with Constant Apparent Distribution [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(1): 117-122
- [143] P. Sengupta, S.R. Vadali, K.T. Alfriend. Modeling and Control of Satellite Formations in High Eccentricity Orbits [J]. The Journal of the Astronautical Science, 2004, 52(1-2): 149-168
- [144] H. Schaub, K.T. Alfriend. J2 Invariant Relative Orbits for Spacecraft Formations [A]. In. NASA GSFC Flight Mechanics and Estimation Conference [C]. 1999.
- [145] K.T. Alfriend, H. Schaub. Dynamics and control of spacecraft formations: Challenges and some solutions [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2000, 10(6): 205-223
- [146] D.-W. Gim, K.T. Alfriend. State Transition Matrix of Relative Motion for the Perturbed Noncircular Reference Orbit [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(6): 956-971
- [147] P. Gurfil, N.J. Kasdin. Dynamics and Control of Spacecraft Formation Flying in Three Body Trajectories [A]. In. Proceeding of the Guidance, Navigation and Control Conference [C]. 2001. AIAA 2001-4026
- [148] M.S. de Queiroz, V. Kapila, Q. Yan. Adaptive Nonlinear Control of Satellite Formation Flying [A]. In. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference [C]. Portland, OR, 1999. 1596-1604
- [149] F.H. Jiang, J.F. Li, H.X. Baoyin. Approximate Analysis for Relative Motion of Satellite Formation Flying in Elliptical Orbits [J]. Celestial Mech Dyn Astr, 2007, 98: 31-66
- [150] Gokhan Inalhan, Jonathan P. How. Relative Dynamics & Control of Spacecraft Formations in Eccentric Orbits. Paper AIAA-2000-4443, 2000
- [151] <http://www.wikipedia.org>
-

-
- [152] 刘林, 王歆. 月球探测器轨道力学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [153] R.Hoyt, C.Uphoff. Cislunar Tether Transport System. 35th AIAA/ASNI/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 20-24 June 1999, Los Angeles, CA
- [154] 李筱梅, 魏锦文. 我国加快深空探测网建设[N/OL]. http://news.sina.cn/?sa=d3110863t124v718&cid=785&cpage=1&pos=text_new&vt=3&wm=4002, 2010-10-4
- [155] 袁建平, 朱战霞. 空间操作与非开普勒运动 [J]. 宇航学报, 2009, 30(1):42-46.[Yuan Jianping, Zhu Zhanxia. Space Operations and Non-Keplerian Orbit Motion[J]. Journal of Astronautic, 2009, 30(1):42-46.]
- [156] 王萍, 袁建平, 范剑峰. 关于非开普勒轨道的讨论 [J]. 宇航学报, 2009, 30(1):37-41.[Wang Ping, Yuan Jianping, Fan Jianfeng. Discussion on Non-Keplerian Orbit[J]. Journal of Astronautic, 2009, 30(1): 37-41].
- [157] 林来兴, 黎康. 卫星对空间目标悬停的轨道动力学与控制方法研究[J]. 中国空间科学技术, 2008, 28(2):9-12.[Lin Laixing, Li Kang. Orbit Dynamics and Control of Satellites Hovering over Space Target[J]. Chinese Space Science and Technology, 2008, 28(2):9-12.]
- [158] Broschart S B, Scheeres D J. Control of hovering spacecraft near small bodies[J]. Application to asteroid 25143 Itokawa[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics. 2005, 28(2):343-354.
- [159] 闫野. 卫星相对空间目标任意位置悬停的方法研究[J]. 中国空间科学技术, 2009, 29(1):1-5.[Yan Ye. Study of Hovering Method at Any Selected Position to Space Target[J]. Chinese Space Science and Technology, 2009, 29(1):1-5.]
- [160] Sawai S, Scheeres D J, Broschart S B. Control of Hovering Spacecraft Using Altimetry[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(4): 786-795
- [161] 王功波, 孟云鹤, 郑伟等. 基于动力学的椭圆轨道悬停方法研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(6):1-6.

作者在学期间取得的学术成果

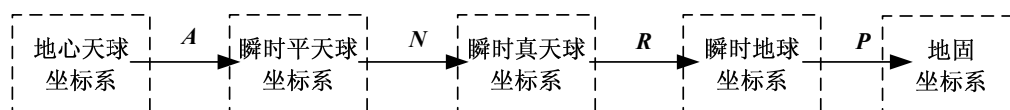
- [1] 白玉铸等. 月球探测器返回轨道特性分析[J].国防科技大学学报,2008,30(4):11-16 (EI Number: 20084211645345)
- [2] 白玉铸等. 软着月任务窗口与轨道设计方法研究[J].宇航学报,2009,30(6):2092-2098 (EI Number: 20093812842049)
- [3] 白玉铸等. 载人登月自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计方法[J].国防科技大学学报,2010,32(2):33-39 (EI Number: 20102513020993)
- [4] Yuzhu Bai, Liya Huang, Xiaoqian Chen. Study of Launch Window Design for Lunar Soft-Landing Mission Like the 2nd Stage of China Lunar Exploration Program [C], 60th International Astronautical Congress, Daejeon, Republic Of Korea , 12–16 October 2009 (EI Number: 20102513015563)
- [5] Yuzhu Bai, Xiaoqian Chen. Effect of Libration in Longitude on Circumlunar Time of Lunar Soft-landing Probe [C], The 3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics, Harbin, China, 08-10 June 2010 (EI 统计源)
- [6] Yuzhu Bai, Gongbo Wang, Xiaoqian Chen. Effect of Geographic Latitude of Deep Space Tracking Sites on Tracking Conditions of Lunar Spaceships [C]. Global Lunar Conference-11th ILEWG Conference on Exploration and Utilisation of the Moon (ICEUM11), Beijing, China, 31 May-3 June 2010
- [7] 白玉铸等.探月自由返回轨道设计与误差传递分析[C].空间操作自主控制专题研讨会, 2009年8月, 湖南长沙
- [8] 绕月约束的地月转移轨道分析与设计研究. 军队科技进步三等奖, 2009KD3002-6, 2009年9月

附录 A 坐标系间的转换关系

由于论文中多处涉及到坐标转换关系，为便于查阅，将相关内容整理后形成该附录，其中工作并非作者原创，特加以说明。

A.1 地心天球坐标系与地固坐标系的转换

地心天球坐标系与地固坐标系之间的转换可用图 A.1 说明



图A.1 地心天球坐标系与地固坐标系之间的转换

其中：**A**、**N**、**B**和**P**分别为岁差、章动、自转和极移矩阵。

地心天球坐标系与地固坐标系之间位置矢量的转换关系为

$$\vec{r}_b = \mathbf{PBNA} \cdot \vec{r}_t \quad (\text{A.1})$$

其中，

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_Z(-Z_A) \mathbf{R}_Y(\theta_A) \mathbf{R}_Z(-\zeta_A) \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{R}_X(-\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon) \mathbf{R}_Z(-\Delta\psi) \mathbf{R}_X(\varepsilon_0) \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}_Z(\theta_g) \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_Y(-x_p) \mathbf{R}_X(-y_p) \quad (\text{A.5})$$

式中各未知参数的求取方法可参考文献[53]。

地心天球坐标系与地固坐标系之间速度矢量的转换关系为

$$\dot{\vec{r}}_b = \mathbf{PBNA} \cdot \dot{\vec{r}}_t + \mathbf{PBNA} \cdot \vec{r}_t + \dot{\mathbf{PBNA}} \cdot \vec{r}_t + \mathbf{PBNA} \cdot \dot{\vec{r}}_t \quad (\text{A.6})$$

式中， $\dot{\vec{r}}_t$ 为月球探测器在地心天球坐标系中的速度矢量， $\dot{\vec{r}}_b$ 为月球探测器在地固坐标系中的速度矢量。

A.2 地心天球坐标系至月心天球坐标系的转换

两个坐标系之间的转换为简单的平移，即：

$$\vec{r} = \vec{r}_l - \vec{R}_L \quad (\text{A.7})$$

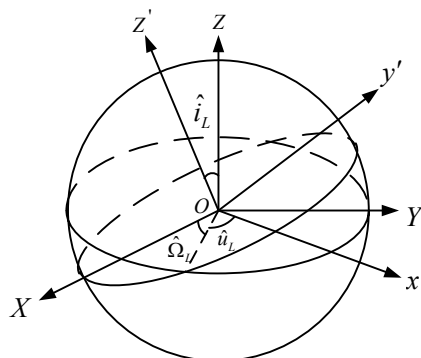
$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_l - \dot{\vec{R}}_L \quad (\text{A.8})$$

其中 \vec{r} 、 $\dot{\vec{r}}$ 分别为月球探测器在月心天球坐标系中的位置矢量和速度矢量， \vec{R}_L 、 $\dot{\vec{R}}_L$ 分别为月心在地心天球坐标系中的位置矢量和速度矢量。可从行星/月球历表DE405/LE405中获得，也可用解析方法近似计算。

A.3 月心天球坐标系到月固坐标系的转换

确定月心天球坐标系与月固坐标系的转换关系，需要了解月球的运动规律。月球的自转是用卡西尼三个定律描述的，其具体内容参见 2.2 节。

月心天球坐标系 O_L-xyz 和月固坐标系 $O_L-x'y'z'$ 的关系如图 A.2 所示。图 A.2 中 $\hat{\Omega}_L$ 、 \hat{u}_L 和 \hat{i}_L 即为月心天球坐标系与月固坐标系之间的欧拉角，均可直接查行星/月球历表 DE405/LE405 计算得到。



图A.2 月心天球坐标系与月固坐标系的关系

探测器从月心天球坐标系到月固坐标系的位置矢量的转换关系为

$$\vec{r}' = \mathbf{M}\vec{r} \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_z(\hat{u}_L)\mathbf{R}_x(\hat{i}_L)\mathbf{R}_z(\hat{\Omega}_L) \quad (\text{A.10})$$

月球探测器在月固坐标系中的速度矢量为

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}' = & \frac{d\mathbf{R}_z(\hat{u}_L)}{d\hat{u}_L}\mathbf{R}_x(\hat{i}_L)\mathbf{R}_z(\hat{\Omega}_L)\frac{d\hat{u}_L}{dt}\cdot\vec{r} + \mathbf{R}_z(\hat{u}_L)\frac{d\mathbf{R}_x(\hat{i}_L)}{d\hat{i}_L}\mathbf{R}_z(\hat{\Omega}_L)\frac{d\hat{i}_L}{dt}\cdot\vec{r} \\ & + \mathbf{R}_z(\hat{u}_L)\mathbf{R}_x(\hat{i}_L)\frac{d\mathbf{R}_z(\hat{\Omega}_L)}{d\hat{\Omega}_L}\frac{d\hat{\Omega}_L}{dt}\cdot\vec{r} + \mathbf{R}_z(\hat{u}_L)\mathbf{R}_x(\hat{i}_L)\mathbf{R}_z(\hat{\Omega}_L)\cdot\dot{\vec{r}} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

其中， $\frac{d\hat{\Omega}_L}{dt}$ 、 $\frac{d\hat{u}_L}{dt}$ 、 $\frac{d\hat{i}_L}{dt}$ 可直接从行星/月球历表 DE405/LE405 获得，在近似计算

中，可取 $\frac{d\hat{\Omega}_L}{dt} = 0$ ， $\frac{d\hat{i}_L}{dt} = 0$ ， $\frac{d\hat{u}_L}{dt} = 13.2^\circ/\text{天}$ 。

A.4 月心天球坐标系与月心平赤道坐标系的转换

两坐标系之间的转换关系为

$$\mathbf{r}_{LM} = \mathbf{R}_z(-\mathcal{I}_m)\mathbf{R}_x(-I_m)\mathbf{R}_z(\mathcal{I}_m)\mathbf{R}_x(\varepsilon_0)\mathbf{r}_l = \mathbf{M}_{LM}\mathbf{r}_l \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{LM} = & \left(-\frac{d\mathbf{R}_Z(-\Omega_m)}{d(-\Omega_m)} \mathbf{R}_X(-I_m) \mathbf{R}_Z(\Omega_m) \mathbf{R}_X(\varepsilon_0) + \mathbf{R}_Z(-\Omega_m) \mathbf{R}_X(-I_m) \frac{d\mathbf{R}_Z(\Omega_m)}{d\Omega_m} \mathbf{R}_X(\varepsilon_0) \right) \dot{\Omega}_m \cdot \mathbf{r}_l \\ & - \mathbf{R}_Z(-\Omega_m) \frac{d\mathbf{R}_X(-I_m)}{d(-I_m)} \mathbf{R}_Z(\Omega_m) \mathbf{R}_X(\varepsilon_0) \dot{I}_m \cdot \mathbf{r}_l + \mathbf{R}_Z(-\Omega_m) \mathbf{R}_X(-I_m) \mathbf{R}_Z(\Omega_m) \frac{d\mathbf{R}_X(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0} \dot{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{r}_l \\ & + \mathbf{R}_Z(-\Omega_m) \mathbf{R}_X(-I_m) \mathbf{R}_Z(\Omega_m) \mathbf{R}_X(\varepsilon_0) \cdot \dot{\mathbf{r}}_l \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

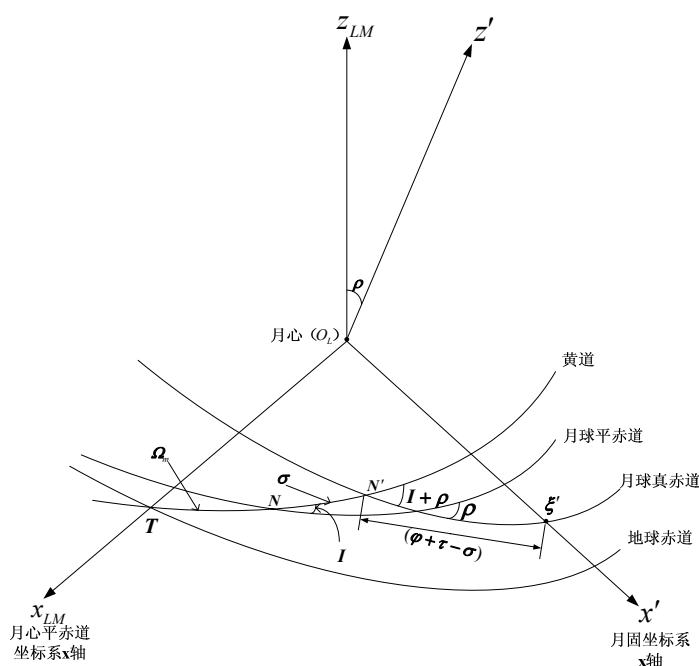
其中 \mathbf{r}_{LM} 、 $\dot{\mathbf{r}}_{LM}$ 分别为月球探测器在月心平赤道坐标系中的位置矢量和速度矢量； ε_0 、 Ω_m 、 I_m 分别表示历元时刻平黄赤交角、历元时刻月球轨道升交点平黄经、历元时刻月球平赤道倾角。

因月心天球坐标系与月心平赤道坐标系均为历元时刻惯性系，故可知 $\dot{\Omega}_m$ 、 \dot{I}_m 、 $\dot{\varepsilon}_0$ 均为 0，因此式 (A.13) 简化为

$$\dot{\mathbf{r}}_{LM} = \mathbf{M}_{LM} \dot{\mathbf{r}}_l \quad (\text{A.14})$$

A.5 月心平赤道坐标系与月固坐标系之间的转换

月心平赤道坐标系 $O_L-x_{LM}y_{LM}z_{LM}$ 与月固坐标系 $O_L-x'y'z'$ 之间的转换如图 A.3 所示。



图A.3 月心平赤道坐标系与月固坐标系的转换关系

位置矢量的转换关系为：

$$\mathbf{r}_{LM} = \mathbf{R}_Z(-\psi) \mathbf{R}_X(-I) \mathbf{R}_Z(-\sigma) \mathbf{R}_X(I + \rho) \mathbf{R}_Z(-(\varphi + \tau - \sigma)) \mathbf{r}' \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{r}' = \mathbf{R}_Z(\varphi + \tau - \sigma) \mathbf{R}_X(-(I + \rho)) \mathbf{R}_Z(\sigma) \mathbf{R}_X(I) \mathbf{R}_Z(\psi) \mathbf{r}_{LM} \quad (\text{A.16})$$

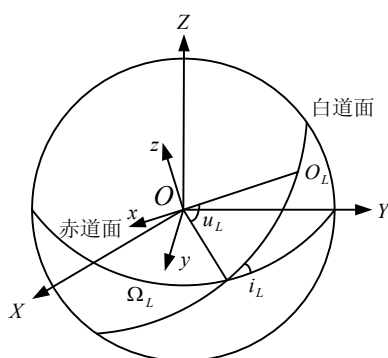
其中 \mathbf{r}' 为探测器在月固坐标系中的位置矢量； τ 、 ρ 、 σ 为月球物理天平动的三个参数，分别为物理天平动的经度分量、倾角分量和节点分量； ψ 、 I 、 φ 定义如下：

$$\begin{cases} \psi = \Omega_m \\ I = I_m \\ \varphi = L_m - \Omega_m + \pi \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

其中 L_m 表示月球平黄经。

A.6 地心白道坐标系与地心天球坐标系的转换

地心天球坐标系 $O-XYZ$ 和地心白道坐标系 $O-x^l y^l z^l$ 的关系如图 A.4 所示。其中 Ω_L 、 i_L 和 u_L 分别为地心天球坐标系与地心白道坐标系之间的欧拉角，实际上为时刻 t_0 月球吻切轨道在地心天球坐标系中的升交点赤经、轨道倾角和月球的纬度幅角。



图A.4 地心天球坐标系与地心白道坐标系的关系

Ω_L 、 i_L 和 u_L 可根据下列各式计算

$$\cos i_L = \frac{h_{z_L}}{h} \quad (\text{A.18})$$

$$\tan \Omega_L = \frac{h_{x_L}}{-h_{y_L}} \quad (\text{A.19})$$

$$\tan u_L = \frac{Z_L}{[Y_L \sin \Omega_L + X_L \cos \Omega_L] \sin i_L} \quad (\text{A.20})$$

其中

$$\vec{h}_L = [h_x, h_y, h_z]^T = \vec{R}_L \times \vec{V}_L \quad (\text{A.21})$$

可利用 DE405/LE405 直接查表计算 t_0 时刻月球在地心天球坐标系中的位置矢量 \vec{R}_L 分量 (X_L, Y_L, Z_L) 和速度矢量 \vec{V}_L 分量 $(\dot{X}_L, \dot{Y}_L, \dot{Z}_L)$ 。

地心天球坐标系到 t_0 时刻的地心白道坐标系的转换矩阵 \mathbf{M}_{LI} 为

$$\mathbf{M}_{LI} = \mathbf{R}_Z(u_L + 180^\circ) \mathbf{R}_X(i_L) \mathbf{R}_Z(\Omega_L) \quad (\text{A.22})$$

因取 t_0 时刻的地心白道坐标系作为惯性坐标系，所以任一时刻 t ，根据定义认为三个转换欧拉角变率为 0，即 $\dot{\mathbf{M}}_{Ll} = \mathbf{0}$ 。地心天球坐标系中的位置矢量 \vec{R} 和速度矢量 \vec{V} 与地心白道坐标系中的位置矢量 \vec{r}^E 和速度矢量 \vec{v}^E 转换关系为

$$\vec{r}^E = \mathbf{M}_{Ll} \vec{R} \quad (\text{A.23})$$

$$\vec{v}^E = \mathbf{M}_{Ll} \vec{V} \quad (\text{A.24})$$

A.7 月心白道坐标系与地心白道坐标系的转换

地心白道坐标系与月心白道坐标系之间的转换是简单的平移关系。所以任一时刻 t ，地心白道坐标系中的位置矢量 \vec{r}^E 和速度矢量 \vec{v}^E 与月心白道坐标系中的位置矢量 \vec{r}^L 和速度矢量 \vec{v}^L 的转换关系为

$$\vec{r}^E = \vec{r}^L - \vec{r}_E^L \quad (\text{A.25})$$

$$\vec{v}^E = \vec{v}^L - \vec{v}_E^L \quad (\text{A.26})$$

其中， \vec{r}_E^L 与 \vec{v}_E^L 分别为 t 时刻地球在月心白道坐标系中的位置与速度矢量，可先从 DE405/LE405 中获得 t 时刻精确的地月相对位置，然后转换至自定义对应于 t_0 时刻的白道坐标系中获得。